

人的資本を含む DSGE モデルの シミュレーション分析

王 芮*¹

【概要】

本稿では、人的資本に対する投資及び人的資本の蓄積を含むニューケインジアン動学的確率的一般均衡（New Keynesian Dynamic Stochastic General Equilibrium, NK-DSGE）モデルを構築し、シミュレーション分析を行う。

シミュレーション分析から、中間財—最終財部門に対する生産性ショックと人的資本投資財部門に対する生産性ショックを受けて、家計がどのように反応するかは明らかになっている。また、人的資本投資財の生産が経済全体の総生産の価値に占める割合を計算して、人的資本の重要性について議論する。

【キーワード】 人的資本, DSGE モデル, 経済成長, 景気変動, シミュレーション分析

*¹ 立正大学経済学部専任講師。E-mail : wangrui@ris.ac.jp

1 イントロダクション

人的資本 (human capital) の考え方はアダム・スミスの「国富論」に遡ることができるが、正式に「human capital」という用語を経済学の文脈で使用したのは経済学者の Irving Fisher であると言われている。経済学者のアーサー・セシル・ピグー (Arthur Cecil Pigou) は人的資本について、その著書 (Pigou (1928, P29)) のなかで以下のような議論を展開している。

There is such a thing as investment in human capital as well as investment in material capital. So soon as this is recognised, the distinction between economy in consumption and economy in investment becomes blurred. For, up to a point, consumption is investment in personal productive capacity. This is especially important in connection with children: reducing unduly expenditure on their consumption may greatly lower their efficiency in after-life. Even for adults, after we have descended a certain distance along the scale of wealth, so that we are beyond the region of luxuries and "unnecessary" comforts, a check to personal consumption is also a check to investment.

その後、人的資本の概念は Mincer (1958, 1974), Schultz (1960) と Becker (1994) により、再定義されることを経て、現在、経済学のみならず、様々な分野において重要な考え方となっている。経済学に限って言えば、人的資本への投資は物的資本と同じように、収益性を持つと考えられている。特にマクロ経済学の成長理論 (growth theory) においては、人的資本への投資は内生的な技術進歩として経済成長の源泉の一つであると認識されているため、持続的な経済成長にとってその重要性が欠かせないと言われている。Uzawa (1965) が初めて人的資本の生産部門を成長モデルに導入したことを受けて、Lucas (1988) と Tamura (1991) も人的資本を成長モデルに導入している。

実証研究では、Mankiw et al. (1992) は従来のソロー成長モデル (Solow growth model) に基づく成長会計 (growth accounting) のアプローチに人的資本を導入

して、対数レベルの一人あたり GDP (log of per capita GDP) の国別変動の 80% ぐらいを説明できるという重要な結論を得ている。Barro and Lee (1993) と Bils and Klenow (2000) では、人的資本への投資としての教育と経済成長の関係を検証している。通常、人的資本は経済成長にポジティブに働きかけると考えられているが、人的資本と経済成長に関する実証研究では、生産の成長率と人的資本の成長率に対する回帰分析において、人的資本に対応する回帰係数がマイナスになることが報告されていることがある。Benhabib and Spiegel (1994), Islam (1995), Pritchett (2001) と Judso (1996) では、人的資本を含む成長会計におけるこの「負の回帰係数」という問題 (パズル) を議論している。

Romer (1990), Grossman and Helpman (1991) と Aghion and Howitt (1992) に代表される従来の内生成長理論 (endogenous growth theory) では、長期的な経済成長と短期的な景気変動における人的資本の役割を統一された枠組にて分析することが少ないが、最近のマクロ経済学の流れとして、経済成長と景気変動を総合的に取り扱う DSGE モデルを使って、人的資本を検証する研究が増えている。De-Jong and Ingram (2001) はスキルの獲得と人的資本の蓄積が経済成長と景気変動に与える影響を研究し、ベイズ推計を使って初めて人的資本を含むモデルを推計した研究として知られている。この研究では、ポジティブな技術ショックは賃金の上昇をもたらすとともに、余暇と教育の機会コストの増加ももたらすことになっているため、スキル獲得にはマイナスな影響を与えている、との結論が得られている。Gillman and Kejak (2005a, 2005b), Varvarigos (2008) と Basu et al. (2012) では、貨幣を含むモデルにおいて、名目ショックが人的資本の蓄積及び成長と変動の關係に与える影響を調べている。Malley and Woitek (2009, 2011) では、内生成長モデルにおける生産性ショックが経済成長と景気変動に与える影響をベイズ推計したモデルで検証し、外生成長モデルと内生成長モデルを統計的に比較した結果、人的資本を含む内生成長モデルと外生成長モデルが互いに完全な代替性を持つわけではない、という結論が得られている。Dang et al. (2011) では、人的資本を含むリアルビジネスサイクル (real business cycle, RBC) モデルを使って、従来の RBC モデルにおけるいくつかの問題点 (外生ショックの内生的な波及メカニズムの欠如や景気循環統計量との非整合性など) を解決している。Malley

and Woitek (2019) では、人的資本を含む内生成長モデルをアメリカのデータでベイズ推計して、集計レベルの人的資本が持つ正の外部性を是正できれば、教育時間、経済成長と厚生レベルが大きく増加することになる、という結論が得られている。人的資本を経済成長の文脈で包括的に紹介した文献として、Acemoglu (2009, Chapter 10) が挙げられる。

本稿では、以上の先行研究を参考にしながら、人的資本を含むニューケインジアン DSGE モデルを構築して、モデルのカリブレーションとシミュレーションで経済成長と景気変動における人的資本の役割を検討してみる。従来の研究では、人的資本を内生成長モデル、あるいは、RBC モデルに組み込んで、その役割を検討することが多いが、いずれの場合にしても、名目的な要素（価格の硬直性、金融政策）がなく、経済の長期成長と短期変動を分けて考察することになっている。本稿では、現代のマクロ経済モデルの定番モデルである中規模ニューケインジアン DSGE モデルに人的資本を導入することで、こういった問題点を克服している。第 2 節では、モデルを導出し、第 3 節ではカリブレーションについて紹介する。第 4 節では、シミュレーションで各種外生ショックが引き起こす景気変動を確認して、長期的な経済成長についてのシミュレーション結果を提示する。第 5 節では、本稿についてまとめを行い、将来的な研究を展望する。

2 モデル

このモデル経済は物的最終財 Y_t の生産部門と人的資本投資財 $I_{H,t}$ の生産部門から構成される二部門閉鎖経済である。

2.1 家計と人的投資財生産部門

物的資本 K_t の蓄積は資本遷移式

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + \left[1 - \frac{\varphi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - g_H \right)^2 \right] I_t$$

に従う。 $\frac{\varphi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - g_H \right)^2$ は物的資本の蓄積過程における投資の調整コストを表す。

g_H は定常状態における経済の均斉成長率*2である。物的資本蓄積過程と同じく、人的資本 H_t の蓄積過程において、投資が行われる。 $I_{H,t}$ は人的資本投資財を表す。人的資本の減耗は減耗率 δ_H で表し、人口の高齢化や技術の代替による人的資本の退化といったことを意味する。

$$H_{t+1} = (1 - \delta_H) H_t + I_{H,t}$$

人的資本投資財 $I_{H,t}$ は人的資本 H_t と物的資本 $K_{H,t}$ が以下の生産関数によって結合され、生産されると仮定する。

$$I_{H,t} = Z_t K_{H,t}^{\alpha_H} (E_t H_t)^{1-\alpha_H}$$

α_H は物的資本 $K_{H,t}$ に対する資本分配率である。 E_t は人的資本投資財 $I_{H,t}$ の生産に必要な訓練教育時間を表す。人的資本投資財 $I_{H,t}$ の生産における生産性 Z_t は持続性が ρ_Z である一階自己回帰の確率過程に従う。 $\zeta_{Z,t}$ は生産性 Z_t に対する外生ショックであり、ショックのサイズを表す標準偏差が σ_Z で与えられる。

$$\log Z_t = \rho_Z \log Z_{t-1} + (1 - \rho_Z) \log Z + \zeta_{Z,t}, \quad \zeta_{Z,t} \sim \text{I.I.D } \mathcal{N}(0, \sigma_Z^2) \quad (1)$$

人的資本投資財 $I_{H,t}$ の生産に投入される物的資本を $K_{H,t}$ で表すと、中間財の生産に投入される物的資本を $K_t - K_{H,t}$ で表すことになる。物的最終財 Y_t は消費 C_t 、物的資本投資 I_t 及び政府支出 G_t に使われる。家計の時間は1に基準化され、労働時間 L_t 、教育訓練 E_t 、余暇 $1 - L_t - E_t$ に配分される。家計は国債 B_t 、物的資本 K_t を所有する。家計の効用関数は

$$U(C_t, L_t, E_t) = \frac{[C_t^\omega (1 - L_t - E_t)^{1-\omega}]^{1-\sigma}}{1 - \sigma}$$

与えられる。 ω は効用関数における消費のウェイトを表し、 σ は異時点間の代替の弾力性の逆数を表す。家計の予算制約は

$$C_t + I_t + \frac{B_{t+1}}{P_t} = W_t L_t H_t + R_t^K (K_t - K_{H,t}) + \frac{D_t}{P_t} - T_t + (1 + r_{t-1}) \frac{B_t}{P_t}$$

*2 後ほど説明するが、このモデル経済は均斉成長を満たすため、均斉成長経路において、すべての実質変数は同じ成長率 g_H で成長する。

で与えられる*3。\$D_t\$ と \$T_t\$ はそれぞれ家計が受け取る中間財企業の利潤と政府によって徴収される一括税を表す。予算制約，物的資本蓄積過程，人的資本蓄積過程を制約条件として，家計は生涯効用の最大化

$$\max_{B_{t+1}, K_{t+1}, K_{H,t+1}, H_{t+1}, E_t, C_t, L_t, I_t} \mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, L_t, E_t)$$

を図る。家計の最適化のラグランジュ方程式を \$\mathcal{L}\$ で表し，予算制約，物的資本の遷移式及び人的資本の遷移式に対応するラグランジュ乗数をそれぞれ \$\Lambda_t\$，\$\Lambda_{K,t}\$ と \$\Lambda_{H,t}\$ で表し，各変数の一階条件を求める。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{t+1}} = 0 \Rightarrow \Lambda_t = \beta \mathbb{E}_t \frac{\Lambda_{t+1}(1+r_t)}{\Pi_{t+1}}$$

一般物価水準を \$P_t\$ で表して，\$\Pi_{t+1}\$ は \$\Pi_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t}\$ で定義されるグロスインフレ率である。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{t+1}} = 0 \Rightarrow \Lambda_{K,t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t+1} R_{t+1}^K + \Lambda_{K,t+1}(1-\delta) \right]$$

$$\Rightarrow Q_t = \mathbb{E}_t \frac{\beta \Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} \left[R_{t+1}^K + (1-\delta) Q_{t+1} \right]$$

\$Q_t\$ は \$Q_t = \frac{\Lambda_{K,t}}{\Lambda_t}\$ で定義され，消費の限界効用 \$\Lambda_t\$ で評価される物的資本のシャドープライス（トービンの \$Q\$）を意味する。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{H,t+1}} = 0 \Rightarrow \Lambda_t R_t^K = \alpha_H \Lambda_{H,t} Z_t \left(\frac{K_{H,t}}{E_t H_t} \right)^{\alpha_H - 1} \Rightarrow R_t^K = \alpha_H \mu_t Z_t \left(\frac{K_{H,t}}{E_t H_t} \right)^{\alpha_H - 1}$$

\$\mu_t\$ は \$\mu_t = \frac{\Lambda_{H,t}}{\Lambda_t}\$ で定義され，消費の限界効用 \$\Lambda_t\$ で評価される人的資本のシャドープライスを意味する。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H_{t+1}} = 0 \Rightarrow \mu_t$$

$$= \beta \mathbb{E}_t \frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} \left[W_{t+1} L_{t+1} + \mu_{t+1} \left(1 - \delta_H + (1 - \alpha_H) Z_{t+1} K_{H,t+1}^{\alpha_H} E_{t+1}^{1-\alpha_H} H_{t+1}^{-\alpha_H} \right) \right]$$

*3 物的投資 \$I_t\$ のトレンドを除去したあとの変数を \$i_t\$ で表し，記号の混乱を避けるために，国債の名目金利を \$r_t\$ で表す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E_t} = 0 &\Rightarrow (1 - \omega) C_t^{\omega(1-\sigma)} (1 - E_t - L_t)^{(1-\omega)(1-\sigma)-1} \\ &= (1 - \alpha_H) \Lambda_t \mu_t Z_t K_{H,t}^\alpha E_t^{-\alpha_H} H_t^{1-\alpha_H} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = 0 \Rightarrow \omega C_t^{\omega(1-\sigma)-1} (1 - L_t - E_t)^{(1-\omega)(1-\sigma)} = \Lambda_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} = 0 \Rightarrow (1 - \omega) C_t^{\omega(1-\sigma)} (1 - L_t - E_t)^{(1-\omega)(1-\sigma)-1} = \Lambda_t W_t H_t$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_t} = 0 &\Rightarrow 1 = Q_t \left[1 - \varphi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - g_H \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} - \frac{\varphi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - g_H \right)^2 \right] \\ &\quad + \beta \varphi \mathbb{E}_t \frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} Q_{t+1} \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} - g_H \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 \end{aligned}$$

E_t に関する一階条件と L_t に関する一階条件を利用して、賃金 W_t を $W_t = \mu_t \left[(1 - \alpha_H) Z_t \left(\frac{K_{H,t}}{E_t H_t} \right)^{\alpha_H} \right]$ で表すことができる。以上の結果から分かるように、賃金 W_t は人的投資財の生産に使われる有効な人的資本 $E_t H_t$ の限界生産性 $\left[(1 - \alpha_H) Z_t \left(\frac{K_{H,t}}{E_t H_t} \right)^{\alpha_H} \right]$ と消費の限界効用 Λ_t で評価される人的資本のシャドープライス μ_t の積で表されることになり、資本収益率 R_t^K は人的投資財の生産に使われる物的資本 $K_{H,t}$ の限界生産性 $\left[\alpha_H Z_t \left(\frac{K_{H,t}}{E_t H_t} \right)^{\alpha_H - 1} \right]$ と消費の限界効用 Λ_t で評価される人的資本のシャドープライス μ_t の積で表されることになる。この二つの結果は経済の二つの生産部門における要素価格の関係を表す。

2.2 最終財生産部門

最終財生産部門の設定は標準のニューケインジアン DSGE モデルと同じである。最終財企業は中間財 $Y_{j,t}$ を要素投入として、CES 型の生産技術 $Y_t = \left(\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p}} dj \right)^{\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1}}$ を利用して最終財 Y_t を生産する。最終財企業は利潤最大化

$$\max_{Y_{j,t}} P_t Y_t - \int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} dj$$

を図って、中間財 $Y_{j,t}$ の要素投入を最適に選ぶ。最適化の結果から中間財 $Y_{j,t}$ の需要方程式 $Y_{j,t} = \left(\frac{P_{j,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon_p} Y_t$ が得られる。同質的な最終財を生産する最終財企業が無数に存在するため、最終財市場において、ゼロ利潤条件 $P_t Y_t = \int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} dj$ が成立する。中間財 $Y_{j,t}$ の需要方程式をゼロ利潤条件に代入すると、一般物価水準 P_t を $P_t = \left(\int_0^1 P_{j,t}^{1-\varepsilon_p} dj\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon_p}}$ で表すことができる。中間財を生産する中間財企業はコブダグラス型の生産関数

$$Y_{j,t} = A_t \left(K_{j,t} - K_{H,j,t}\right)^\alpha \left(L_{j,t} H_{j,t}\right)^{1-\alpha}$$

で与えられる。 A_t はすべての中間財企業に共通する生産性を表し、ショックの標準偏差が σ_A であり、持続性が ρ_A である一階自己回帰の確率過程に従う。

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \zeta_{A,t}, \quad \zeta_{A,t} \sim \text{IID } \mathcal{N}(0, \sigma_A^2) \quad (2)$$

中間財企業はコスト最小化

$$\min_{K_{j,t}-K_{H,j,t}, L_{j,t}, H_{j,t}} R_t^K \left(K_{j,t} - K_{H,j,t}\right) + W_t L_{j,t} H_{j,t}$$

を図って、最適な要素投入を決定する。コスト最小化の一階条件を使って、中間財企業の限界コストを要素価格で表すことができる。

$$mc_t = \frac{\left(R_t^K\right)^\alpha W_t^{1-\alpha}}{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} A_t}$$

$$\frac{R_t^K}{W_t} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{L_t H_t}{K_t - K_{H,t}}$$

また、上記の一階条件から分かるように、すべての中間財企業にとって、最適な要素投入の比率 $\frac{L_t H_t}{K_t - K_{H,t}}$ と限界コスト mc_t は同じである。Calvo (1983) の価格設定メカニズムに従って、中間財企業は t 期に $1-\theta_p$ の確率で価格 $P_{j,t}$ を最適に改定する。価格を改定する際に、 k 期先まで再び価格の改定ができない可能性を考慮

して、中間財 $Y_{j,t}$ に対する需要を制約条件として、実質利潤の割引現在価値を最大化するように、最適に中間財の価格を決定する。最適化問題は以下のように設定する。

$$\max_{P_{j,t}} \mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\beta^k \Lambda_{t+k}}{\Lambda_t} \theta_p^k \left[\frac{P_{j,t}}{P_{t+k}} Y_{j,t+k} - mc_{t+k} Y_{j,t+k} \right]$$

$\beta^k \frac{\Lambda_{t+k}}{\Lambda_t}$ は $t+k$ 期における確率割引因子である。最適に設定された中間財価格を $P_{j,t}^*$ で表して、上記の価格設定に関する最適化問題の一階条件

$$P_{j,t}^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \theta_p)^k \frac{\Lambda_{t+k}}{\Lambda_t} P_{t+k}^{\varepsilon_p} mc_{t+k} Y_{t+k}}{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \theta_p)^k \frac{\Lambda_{t+k}}{\Lambda_t} P_{t+k}^{\varepsilon_p - 1} Y_{t+k}}$$

から分かるように、すべての中間財企業は同じ最適価格を選ぶため、中間財企業の異質性を表すインデックス j を省略することができる。この一階条件の両辺を物価 P_t で割って整理すると、相対的な最適価格 p_t^* が得られる。

$$p_t^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \theta_p)^k \Lambda_{t+k} \Pi_{t,t+k}^{\varepsilon_p} mc_{t+k} Y_{t+k}}{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \theta_p)^k \Lambda_{t+k} \Pi_{t,t+k}^{\varepsilon_p - 1} Y_{t+k}} = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{F_{N,t}}{F_{D,t}}$$

二つの補助変数 $F_{N,t}$ と $F_{D,t}$ を定義して、無限級数を再帰的な形に書き直す。

$$F_{N,t} = \mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \theta_p)^k \Lambda_{t+k} \Pi_{t,t+k}^{\varepsilon_p} mc_{t+k} Y_{t+k} = \Lambda_t mc_t Y_t + \beta \theta_p \mathbb{E}_t \Pi_{t+1}^{\varepsilon_p} F_{N,t+1}$$

$$F_{D,t} = \mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \theta_p)^k \Lambda_{t+k} \Pi_{t,t+k}^{\varepsilon_p - 1} Y_{t+k} = \Lambda_t Y_t + \beta \theta \mathbb{E}_t \Pi_{t+1}^{\varepsilon_p - 1} F_{D,t+1}$$

相対的な最適価格 p_t^* とインフレ率 Π_t の関係は一般物価水準の定義から得られる。

$$1 = (1 - \theta_p) (p_t^*)^{1 - \varepsilon_p} + \theta_p \Pi_t^{\varepsilon_p - 1} \quad (3)$$

各中間財企業の生産を集計して、以下の総生産関数が得られる。

$$Y_t \Delta_{p,t} = A_t (K_t - K_{H,t})^\alpha (L_t H_t)^{1 - \alpha}$$

$\Delta_{p,t}$ は粘着価格による価格のばらつきを表す。

$$\Delta_{p,t} = (1 - \theta_p) (p_t^*)^{-\varepsilon_p} + \theta_p \Pi_t^{\varepsilon_p} \Delta_{p,t-1} \quad (4)$$

2.3 市場均衡

最終財 Y_t は消費 C_t 、投資 I_t と政府支出 G_t に需要されるため、以下のマクロ経済の恒等式が成立する。

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

この経済では、人的資本投資財 $I_{H,t}$ の生産が行われて、その価値を $\mu_t I_{H,t}$ で評価することができる。よって、経済全体の総生産の価値 V_t は最終財の価値と人的資本投資財の価値の合計である。

$$V_t = Y_t + \mu_t I_{H,t}$$

名目金利 r_t は中央銀行によって、下記のテイラールール型の金融政策ルールでコントロールされる。 ρ_r は金利のスージングを表す。

$$\frac{1+r_t}{1+r} = \left(\frac{1+r_{t-1}}{1+r} \right)^{\rho_r} \left[\left(\frac{g_{H,t} y_t}{y_{t-1} g_H} \right)^{\varphi_y} \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\varphi_\pi} \right]^{1-\rho_r} e^{\zeta_{r,t}}, \zeta_{r,t} \sim \text{I.I.D } \mathcal{N}(0, \sigma_r^2) \quad (5)$$

システミックでない名目金利の変化は金融政策ショック $\zeta_{r,t}$ で捉えて、その標準偏差が σ_r で与えられる。 y_t はトレンドが除去された産出*4である。

2.4 経済成長

この経済は内生的に人的資本の蓄積が行われ、長期的に成長することができる。人的資本のグロス成長率を $g_{H,t} = \frac{H_t}{H_{t-1}}$ で定義すれば、経済の均斉成長率は $g_{H,t}$ と一致する。

2.5 トレンドの除去

均衡条件に対して、実質変数を H_t で割ることでモデルの成長トレンドを除去

*4 y_t はトレンドが除去された最終財の総生産量を表し、 $y_t = \frac{Y_t}{H_t}$ で定義される。

する。

$$g_{H,t+1}k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + \left[1 - \frac{\varphi}{2} \left(g_{H,t} \frac{i_t}{i_{t-1}} - g_H \right)^2 \right] i_t \quad (6)$$

$$g_{H,t+1} = 1 - \delta_H + i_{H,t} \quad (7)$$

$$i_{H,t} = Z_t k_{H,t}^{\alpha_H} E_t^{1-\alpha_H} \quad (8)$$

限界効用 λ_t については, $\lambda_t = \Lambda_t H_t^{1-\omega(1-\sigma)}$ でトレンドを除去する。

$$\lambda_t = \omega c_t^{\omega(1-\sigma)-1} (1 - L_t - E_t)^{(1-\omega)(1-\sigma)} \quad (9)$$

$$\lambda_t = \beta \mathbb{E}_t g_{H,t+1}^{\omega(1-\sigma)-1} \lambda_{t+1} \frac{1 + r_t}{\Pi_{t+1}} \quad (10)$$

$$Q_t = \mathbb{E}_t \beta g_{H,t+1}^{\omega(1-\sigma)-1} \left[R_{t+1}^K + (1 - \delta) Q_{t+1} \right] \quad (11)$$

$$R_t^K = \alpha_H \mu_t Z_t \left(\frac{k_{H,t}}{E_t} \right)^{\alpha_H - 1} \quad (12)$$

$$\mu_t = \beta \mathbb{E}_t g_{H,t+1}^{\omega(1-\sigma)-1} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left[W_{t+1} L_{t+1} + \mu_{t+1} \left(1 - \delta_H + (1 - \alpha_H) Z_{t+1} k_{H,t+1}^{\alpha_H} E_{t+1}^{1-\alpha_H} \right) \right] \quad (13)$$

$$(1 - \omega) c_t^{\omega(1-\sigma)} (1 - E_t - L_t)^{(1-\omega)(1-\sigma)-1} = (1 - \alpha_H) \lambda_t \mu_t Z_t \left(\frac{k_{H,t}}{E_t} \right)^{\alpha_H} \quad (14)$$

$$(1 - \omega) c_t^{\omega(1-\sigma)} (1 - L_t - E_t)^{(1-\omega)(1-\sigma)-1} = \lambda_t W_t \quad (15)$$

$$1 = Q_t \left[1 - \varphi \left(g_{H,t} \frac{i_t}{i_{t-1}} - g_H \right) g_{H,t} \frac{i_t}{i_{t-1}} - \frac{\varphi}{2} \left(g_{H,t} \frac{i_t}{i_{t-1}} - g_H \right)^2 \right] \quad (16)$$

$$+ \beta \varphi \mathbb{E}_t g_{H,t+1}^{\omega(1-\sigma)-1} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} Q_{t+1} \left(g_{H,t+1} \frac{i_{t+1}}{i_t} - g_H \right) \left(g_{H,t+1} \frac{i_{t+1}}{i_t} \right)^2$$

$$mc_t = \frac{\left(R_t^K \right)^\alpha W_t^{1-\alpha}}{\alpha^\alpha (1 - \alpha)^{1-\alpha} A_t} \quad (17)$$

$$\frac{R_t^K}{W_t} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{L_t}{k_t - k_{H,t}} \quad (18)$$

$$y_t \Delta_{p,t} = A_t (k_t - k_{H,t})^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (19)$$

$$y_t = c_t + i_t + g_t \quad (20)$$

政府支出 g_t は定常状態 κy をもって、標準偏差 σ_g を持つ政府支出外生ショック $\zeta_{g,t}$ によって影響される。 κ は $\kappa = \frac{g}{y}$ で定義され、定常状態における政府支出が最終財の生産額に占める割合を表す。

$$g_t = \kappa y_t e^{\zeta_{g,t}}, \zeta_{g,t} \sim \text{I.I.D } \mathcal{N}(0, \sigma_g^2) \quad (21)$$

$$v_t = y_t + \mu_t i_{H,t} \quad (22)$$

$$p_t^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{f_{N,t}}{f_{D,t}} \quad (23)$$

補助変数 $F_{N,t}$ と $F_{D,t}$ については、 $f_{N,t} = \frac{F_{N,t}}{H_t^{\omega(1-\sigma)}}$ と $f_{D,t} = \frac{F_{D,t}}{H_t^{\omega(1-\sigma)}}$ でトレンドを除去する。

$$f_{N,t} = \lambda_t m c_t y_t + \beta \theta \mathbb{E}_t \Pi_{t+1}^{\varepsilon_p} g_{H,t+1}^{\omega(1-\sigma)} f_{N,t+1} \quad (24)$$

$$f_{D,t} = \lambda_t y_t + \beta \theta \mathbb{E}_t \Pi_{t+1}^{\varepsilon_p - 1} g_{H,t+1}^{\omega(1-\sigma)} f_{D,t+1} \quad (25)$$

2.6 モデルの要約

トレンドが除去されたモデルは 25 個の内生変数

$$\left\{ A_t, Z_t, r_t, p_t^*, \Delta_{p,t}, \Pi_t, g_{H,t}, k_t, k_{H,t}, i_t, i_{H,t}, E_t, L_t, c_t, g_t, y_t, \lambda_t, \mu_t, Q_t, W_t, m c_t, R_t^K, v_t, f_{N,t}, f_{D,t} \right\}$$

と 4 個の外生変数（ショック）

$$\left\{ \zeta_{A,t}, \zeta_{Z,t}, \zeta_{r,t}, \zeta_{g,t} \right\}$$

を持ち、25 本の均衡条件（(1) 式～ (25) 式）から構成される。

3 カリブレーションと定常状態

本稿のモデルにある構造パラメーターは、カリブレーションによって与えられる。カリブレーションにおいては家計の割引因子 β が 0.99 で与えられる。家計の効用と選好を表す異時点間の代替の弾力性の逆数 σ と消費のウェイト ω はそれぞれ 2 と 0.5 を取る。つまり、家計は消費 C_t と余暇 $1 - L_t - E_t$ から、同じウェイトで効用を得ることになっている。物的資本の減耗率は 0.025 で与えられ、年間 10% の減耗を意味する。中間財の生産関数における物的資本の分配率 α 、投資の調整コストを表す φ 、中間財の代替の弾力性を表す ε_p と価格を改定できない確率 θ_p 、政府支出の割合 κ といった構造パラメーターは中規模のニューケインジアン DSGE モデルの先行研究において、そのカリブレーションについてある程度のコンセンサスがあるので、これらのパラメーターが基本的に先行研究に従ってその値を決定する。金融政策の感応度を表す φ_y と φ_π 及び金利スミージングを表す ρ_r に関しても、同じようにカリブレーションが行われる。人的資本に関連する構造パラメーターのカリブレーションについては、先行研究が少ないため、本稿では、以下のようにその値を決定する。人的資本の減耗率は年間 6% と設定して、 $\delta_H = 0.015$ が得られる。また、人的資本投資財の生産における物的資本の分配率は通常、中間財の生産における物的資本の分配率より少ないと考えられるため、 $\alpha_H = 0.1$ と設定する。ショック過程の持続性とショックのサイズに関しては、本稿は、それぞれ 0.9 と 0.01 と設定する。カリブレーションは表 1 にまとめられている。

定常状態を求める際に、まずモデル経済における均斉成長率の定常状態 g_H を $g_H = 1.02^{\frac{1}{4}}$ で定めて、(10) 式から、名目金利の定常状態 r を求める。次に、(16) 式から、トービンの Q の定常状態 Q が得られる。(11) 式から、資本収益率の定常状態 R^K が得られる。(23) ~ (25) 式から、中間財企業の限界コストの定常状態 mc は $mc = \frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p}$ で求められる。(17) 式から、賃金の定常状態 W が得られる。(7) 式から、人的資本投資財の定常状態 i_H が得られる。労働と最終財の産出との比率 $\frac{L}{y}$ は (17) 式と (18) 式を連立して得られる。(13) 式から、人的資本のシャドープライスと最終財の産出との比率 $\frac{H}{y}$ を確定できる。さらに、(12) 式と (14)

表 1 構造パラメーターのカリブレーション

| | | |
|---------------|----------------------------------|-------|
| β | 家計の割引因子 | 0.99 |
| α | 中間財の生産における物的資本の分配率 | 1/3 |
| α_H | 人的資本投資財の生産における物的資本の分配率 | 0.1 |
| σ | 異時点間の代替の弾力性の逆数 | 2 |
| ω | 効用関数における消費のウエイト | 0.5 |
| δ | 物的資本の減耗率 | 0.025 |
| φ | 投資の調整コスト | 2 |
| δ_H | 人的資本の減耗率 | 0.015 |
| ϵ_p | 中間財の代替の弾力性 | 6 |
| θ_p | 中間財企業が価格を改定できない確率 | 0.75 |
| κ | 政府支出が最終財の産出に占める割合 | 0.2 |
| φ_y | テイラールールにおける最終財産出の成長率に対する名目金利の感応度 | 0.5 |
| φ_π | テイラールールにおけるインフレ率に対する名目金利の感応度 | 1.5 |
| ρ_Z | 人的資本投資財の生産における生産性の持続性 | 0.9 |
| σ_Z | 人的資本投資財の生産における生産性ショックの標準偏差 | 0.01 |
| ρ_A | 中間財の生産における生産性の持続性 | 0.9 |
| σ_A | 中間財の生産における生産性ショックの標準偏差 | 0.01 |
| ρ_r | テイラールールにおける名目金利スムージング | 0.9 |
| σ_r | 金融政策ショックの標準偏差 | 0.01 |
| σ_g | 政府支出ショックの標準偏差 | 0.01 |

式から、 $\frac{k_H}{y}$ と $\frac{e}{y}$ を得て、(18)式と(19)式と連立して、 $\frac{k}{y}$ が得られる。以上の一連のプロセスを経て、 $\frac{i}{y}$ と $\frac{c}{y}$ 及び最終財の産出の定常状態 y が得られる。そのほかの変数の定常状態についても、順次、均衡条件から求められる。内生変数の定常状態は表 2 にまとめられている。

4 シミュレーション分析

本稿では、モデルの均衡条件の線形化を手動で行わずに、非線形の形で *Dynare* を使用してまず一階近似でモデルを解いて、次にシミュレーションを行う。シミュレーション分析において、まず 4 種類のショックのインパルス応答関

表 2 内生変数の定常状態

| | | |
|------------|----------------------|---------|
| g_H | 人的資本のグロス成長率 | 1.0050 |
| A | 中間財生産の生産性 | 1 |
| Z | 人的資本投資財生産の生産性 | 0.0460 |
| Π | グロスインフレ率 | 1 |
| p^* | 中間財の最適相対価格 | 1 |
| f_N | 中間財企業の価格設定の一階条件の補助変数 | 7.9278 |
| f_D | 中間財企業の価格設定の一階条件の補助変数 | 9.5134 |
| Δ_p | 中間財価格のばらつき | 1 |
| r | 名目金利 | 0.0176 |
| Q | トービンの Q | 1 |
| mc | 中間財企業の実質限界コスト | 0.8333 |
| W | 実質賃金 | 1.4181 |
| R^K | 資本収益率 | 0.0426 |
| i_H | 人的資本投資財 | 0.02 |
| i | 物的資本投資 | 0.1970 |
| k_H | 人的資本投資財の生産に使われる物的資本 | 1.4073 |
| k | 物的資本 | 6.5758 |
| c | 消費 | 0.4375 |
| E | 教育訓練時間 | 0.3807 |
| L | 労働時間 | 0.3107 |
| g | 政府支出 | 0.1586 |
| y | 最終財産出 | 0.7932 |
| λ | 限界効用 | 3.1104 |
| μ | 人的資本投資財のシャドープライス | 30.0525 |
| v | 総生産の価値 | 1.3931 |

数を計算して、次に、シミュレーションから得られた内生変数の経路をトレンド付きの変数に変換して、長期的な経済成長の経路を再現する。

4.1 外生ショックのインパルス応答

まず、人的資本投資財の生産における生産性 Z_t に対するショック $\zeta_{Z,t}$ を 1% で与える場合、人的資本の投資財 $i_{H,t}$ の生産は 1.3% ぐらい上昇して、緩やかに定

図 1 生産性ショック $\zeta_{Z,t}$ のインパルス応答

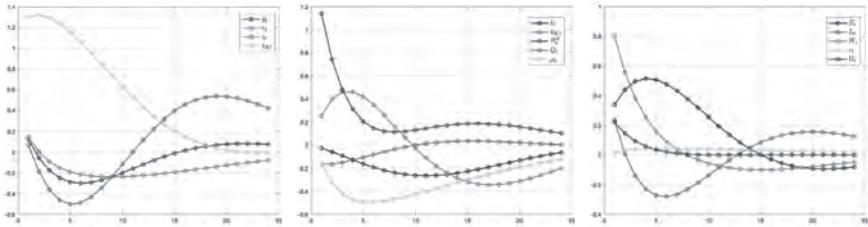
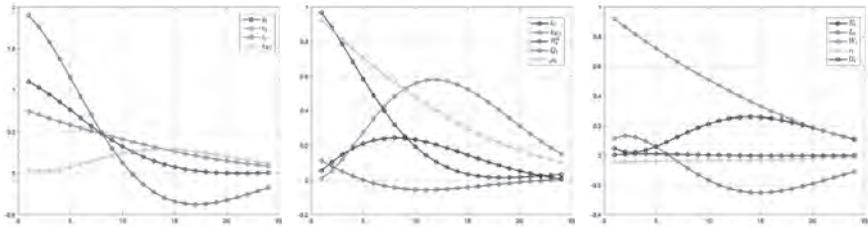


図 2 生産性ショック $\zeta_{A,t}$ のインパルス応答



常状態に戻る。人的投資投資財 $i_{H,t}$ の増加に合わせて、教育訓練の時間 E_t も増加する。それに合わせて、労働時間 L_t の減少、賃金 W_t の上昇が認められる。人的資本投資財の生産性ショックの発生によって、最終財産出 y_t と投資 i_t はまず増加するが、その後、hump-shaped 状で減少してから、再び増加に転じる。

中間財の生産性 A_t に対する生産性ショック $\zeta_{A,t}$ を 1% 与える場合、最終財産集 y_t 、消費 c_t 、投資 i_t と人的資本投資財 $i_{H,t}$ はすべて増加する。上記の 2 種類のショックに対して、図 1 と図 2 を比較すれば、家計の反応が明らかに異なっていることが分かる。人的資本投資財の生産における生産性 Z_t に対する生産性ショック $\zeta_{Z,t}$ が発生する場合、家計の最適反応はすぐに教育訓練の時間を増やすことになっているが、中間財の生産における生産性 A_t に対する生産性ショック $\zeta_{A,t}$ が発生する場合、家計は緩やかに教育訓練時間を増やすことになっている。いずれの場合においても、賃金の上昇が認められる。

政府支出ショック $\zeta_{g,t}$ を 1% で与える場合、政府支出の増加により、クラウディ

図3 政府支出ショック $\zeta_{g,t}$ のインパルス応答

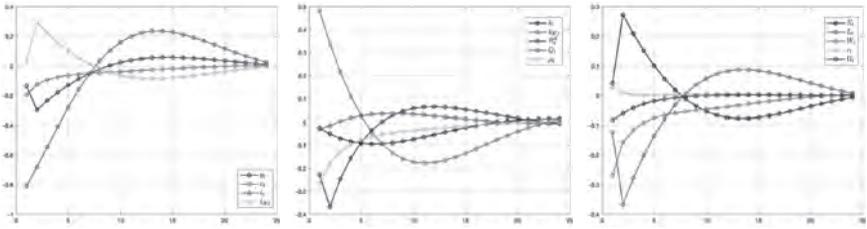
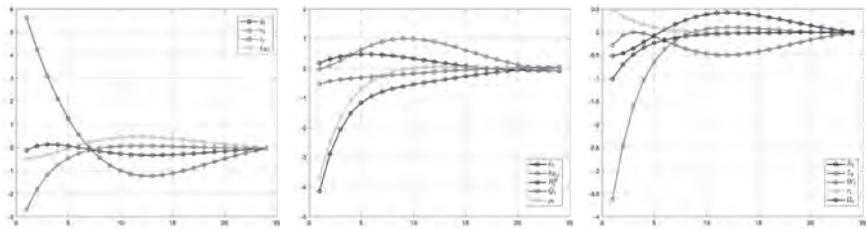


図4 金融政策ショック $\zeta_{r,t}$ のインパルス応答



ングアウト効果が発生するため、投資 i_t の減少が見られるが、賃金 W_t と労働時間 L_t の減少を受けて、家計は教育訓練時間 E_t を増やして、その結果、人的資本投資財 $i_{H,t}$ の生産も増加する。

金融政策ショック $\zeta_{r,t}$ を 1% で与える場合、名目金利 r_t の上昇とインフレ率 Π_t の低下が見られる。この 2 つの変数について、同じ変化は図 3 にも見られるが、労働時間 L_t と教育訓練時間 E_t における変化は大きく異なっている。政府支出ショック $\zeta_{g,t}$ に対して、家計はすぐに労働時間 L_t と教育訓練時間 E_t を調整するが、金融政策ショック $\zeta_{r,t}$ に対して、家計の反応が緩やかになることは図 4 から確認できる。

4.2 経済成長のシミュレーション

図 5 と図 6 では、モデルのシミュレーションから得られた $g_{H,t}$ の系列を使って、人的資本 H_t の初期値を 1 に基準化して、モデルの変数にトレンドを戻すことで

図 5 成長率 $g_{H,t}$ のシミュレーション

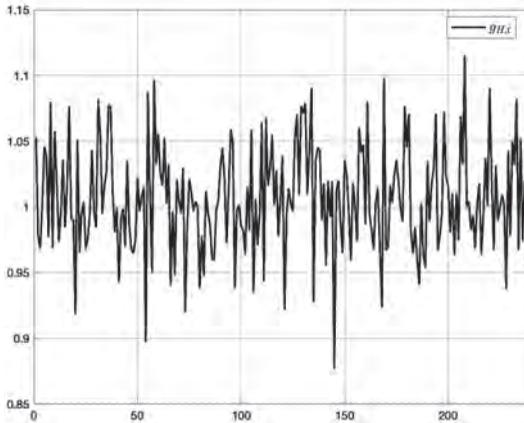
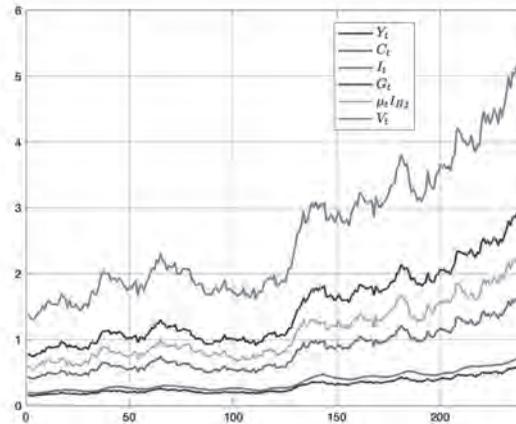


図 6 経済成長のシミュレーション



経済成長の経路を再現している。上記のシミュレーションに基づいて計算した場合、長期的な経済成長において、人的資本投資財の価値 $\mu_t I_{H,t}$ と最終財 Y_t は経済全体の総生産の価値 V_t に占める割合はサンプル平均でそれぞれ約 43% と約 57% となっている。通常のマクロ経済統計では、測定の難しさという問題から、

人的資本が考慮されていないが、モデルのシミュレーション結果を見る限り、人的資本に対する投資を経済全体の生産物の価値に算入すれば、その価値は決して少なくはないということが分かる。

5 結論

人的資本を DSGE モデルの文脈において議論する研究はこれまで非常に少なく、本稿では、人的資本投資財の生産を含む 2 部門ニューケインジアン DSGE モデルを構築して、人的資本投資財の生産における生産性ショックと中間財の生産における生産性ショックを比較し、家計が異なるショックに対して、どのように反応するかを示している。また、人的資本投資財の価値をシミュレーションで定量的に評価して、経済全体の生産の総価値の約半分弱を占めしていることが判明している。

なお、本稿の結果はあくまでもモデルの文脈において解釈されるべきであり、カリブレーションが変われば定量的な結果も異なってくる可能性がある。本稿のシミュレーションの頑健性を確保する方法として、実際のマクロ経済データを使って、モデルの構造パラメーターを推計することが考えられる。人的資本投資財という変数（概念）自体はモデル内において定義されるものであり、実際にどのようなデータがこの変数に対応するかについては、必ずしも定説があるわけではない。もちろん、ほかのマクロ経済変数のデータを使って、モデル推定の際に、カルマンフィルターにより、この変数の推定値が出力されることになっている。人的資本の測定は非常に難しく、その測定において「定番」というべき手法が今だに確立されているとは言い難い。よって、DSGE モデルを使って人的資本の蓄積過程を推定することは本稿から見えてくる将来的課題の一つであると考えられる。また、本稿に残る未回答の問題として、価格の粘着性と人的資本蓄積の関係や人的資本の減耗率と経済成長の関係といったことが挙げられるが、パラメーターの感応度分析を通じて、これらの問題にある程度答えを提示することが可能である。

参考文献

1. Pigou, A. C. (1928). *A Study in Public Finance*. London, Macmillan and Co.
2. Mincer, J. (1958). Investment in Human Capital and Personal Income Distribution. *Journal of Political Economy*, 66(4), 281-302
3. Mincer, J. (1974). Schooling, Experience, and Earnings. *Human Behavior & Social Institutions* No. 2.
4. Schultz, T. W. (1960). Capital Formation by Education. *Journal of Political Economy*, 68(6), 571-583.
5. Becker, G. S. (1994). *Human Capital* 3rd edition. University of Chicago Press Economics Books.
6. Uzawa, H. (1965). Optimum Technical Change in An Aggregative Model of Economic Growth. *International Economic Review*, 6(1), 18-31.
7. Lucas Jr, R. E. (1988). On The Mechanics of Economic Development. *Journal of monetary economics*, 22(1), 3-42.
8. Tamura, R. (1991). Income Convergence in An Endogenous Growth Model. *Journal of Political Economy*, 99(3), 522-540.
9. Barro, R. J., & Lee, J. W. (1993). International Comparisons of Educational Attainment. *Journal of Monetary Economics*, 32(3), 363-394.
10. Bils, M., & Klenow, P. J. (2000). Does Schooling Cause Growth?. *American Economic Review*, 90(5), 1160-1183.
11. Mankiw, N. G., Romer, D., & Weil, D. N. (1992). A Contribution to The Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407-437.
12. Benhabib, J., & Spiegel, M. M. (1994). The Role of Human Capital in Economic Development Evidence from Aggregate Cross-country Data. *Journal of Monetary economics*, 34(2), 143-173.
13. Islam, N. (1995). Growth Empirics: A Panel Data Approach. *The Quarterly Journal of Economics*, 110(4), 1127-1170.
14. Pritchett, L. (2001). Where Has All the education Gone?. *The World Bank Economic Review*, 15(3), 367-391.
15. Judson, R. (1996). Do Low Human Capital Coefficients Make Sense? A Puzzle and Some Answers (No. 96-13). Board of Governors of the Federal Reserve System (US).
16. Romer, P. M. (1990). Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*,

- 98(5, Part 2), S71-S102.
17. Grossman, G. M., & Helpman, E. (1991). Trade, Knowledge Spillovers, and Growth. *European Economic Review*, 35(2-3), 517-526.
 18. Aghion, P., & Howitt, P. (1992). A Model of Growth through Creative Destruction. *Econometrica*, 60(2), 323-351.
 19. DeJong, D. N., & Ingram, B. F. (2001). The Cyclical Behavior of Skill Acquisition. *Review of Economic Dynamics*, 4(3), 536-561.
 20. Malley, J., & Woitek, U. (2019). Estimated Human Capital Externalities in An Endogenous Growth Framework. CESifo Working Papers, (7603).
 21. Gillman, M., & Kejak, M. (2005a). Contrasting Models of The Effect of Inflation on Growth. *Journal of Economic Surveys*, 19(1), 113-136.
 22. Gillman, M., & Kejak, M. (2005b). Inflation and Balanced - path Growth with Alternative Payment Mechanisms. *The Economic Journal*, 115(500), 247-270.
 23. Varvarigos, D. (2008). Inflation, Variability, and The Evolution of Human Capital in A Model with Transactions Costs. *Economics Letters*, 98(3), 320-326.
 24. Basu, P., Gillman, M., & Pearlman, J. (2012). Inflation, Human Capital and Tobin's Q. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36(7), 1057-1074.
 25. Malley, J., & Woitek, U. (2009). Productivity Shocks and Aggregate Cycles in an Estimated Endogenous Growth Model (No. 2672). CESifo.
 26. Malley, J., & Woitek, U. (2011). Productivity Shocks and Aggregate Fluctuations in an Estimated Endogenous Growth Model with Human Capital (No. 3567). CESifo.
 27. Dang, J., Gillman, M., & Kejak, M. (2011). Real Business Cycles with a Human Capital Investment Sector and Endogenous Growth: Persistence, Volatility and Labor Puzzles (No. E2011/8). Cardiff University, Cardiff Business School, Economics Section.
 28. Malley, J., & Woitek, U. (2019). Estimated Human Capital Externalities in An Endogenous Growth Framework (No. 7603). CESifo.
 29. Acemoglu, D. (2009). *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton University Press.
 30. Calvo, G. A. (1983). Staggered Prices in A Utility-maximizing Framework. *Journal of Monetary Economics*, 12(3), 383-398.