

# RSVD による季節調整と 商業動態統計調査のデータ改定に関する 一考察

杉本 良平

## 【要旨】

本稿は、サービス化が進む中で、第3次産業活動指数の基礎資料である商業動態統計調査の改定について取り上げるとともに、新しい季節調整法である RSVD (Regularized Singular Value Decomposition, 正則化特異値分解) を適用した場合に、改定が小さくなるのかを検討する。令和2(2020)年以降、パンデミック不況によって大きく変動する中で、改定をできるだけ小さくすることが喫緊の課題である。分析対象期間は、令和2(2020)年1月から令和3(2021)年12月までであり、当時可能であったリアルタイムデータを再現した。その結果、業種によっては、現行の X-12-ARIMA よりも、改定が小さくなることが明らかとなった。このことの意味は、RSVD が X-12-ARIMA と遜色がないもう1つの季節調整法であることを示していると考察する。

【キーワード】 商業動態統計調査, RSVD, X-12-ARIMA, 季節調整

## 1. はじめに

杉本 (2022) は、経済がサービス化していることを念頭に、「第3次産業活動指数」(以下、3次指数)に着目し、業種別のデータの改定について検討した。3次指数のデータ改定は速報値、暫定確報値、確報値、年間補正值と度々改定がされ、更に5年ごとに基準改定がなされる。そのような中で、データの改定がニュースかノイズかを検討した。ニュースであれば新しい情報に基づくものであるのに対し、ノイズであれば新しい情報に基づかないことを示している。現行の平成27(2015)年基準<sup>1</sup>では季節調整済指数はニュースであるものの、過去の平成22年(2010)基準や平成17(2005)年基準では季節調整済指数がおおむねノイズであった。この要因としては季節調整が大きく影響しているように考察する。

3次指数の業種別でウェイトが大きいのは、平成27(2015)年基準において、「卸売業」が1350.1と最も大きく、次いで、「医療・福祉」が1238.9、「小売業」が1182.6と続く<sup>2</sup>。卸売業・小売業の主な基礎データは、経済産業省「商業動態統計調査」である。「商業動態統計調査」のデータが改定されれば、3次指数も改定される大きな要因となり得る。

そこで本稿では、3次指数の基礎データで大きなウェイトを占める商業動態統計調査の改定について取り上げる。本論で示すとおり、この調査データは企業からのアンケート調査によるもので、速報値、確報値、年間補正值の改定があり、更に5年ごとに基準改定がある。そのうち、原指数のデータは、速報値から確報値への改定が企業からの訂正による改定であるのに対し、確報値から年間補正值への改定がない。それに対し、季節調整済指数のデータは、速報値から確報値への改定、確報値から年間補正值への改定がある。また、確報値から年間補正值への改定は、X-12ARIMA<sup>3</sup>で過去

<sup>1</sup> 最新が令和3(2021)年12月時点でのデータであり、最新が令和3(2021)年10月の速報値が公表された時点での分析に基づいている。

<sup>2</sup> 経済産業省大臣官房調査統計グループ(2020)を参照。

<sup>3</sup> X-12-ARIMAの詳細については、Findly et al. (1998)、経済産業省大臣官房調査統計グループ(2015)、高岡(2015)、有馬(2012)を参照。

8年間のデータを使用して季節調整をかけ直すためである。速報値から確報値への改定で、企業による報告修正が軽微なものであると考えると、速報値から年間補正值への改定は、季節調整のかけ直しによるものである。

新家（2010）によると、リーマンショック後、鉱工業生産指数が2008年11月、12月、2009年1月、2月が極端な落ち込みにより、毎年11月から翌年2月までが季節調整により上振れる一方で、その他の月が下振れになることを示している。そのため、異常値処理を行った結果、より近い形で季節調整を行うことができると指摘しており、リーマンショックが起きた場合に、季節調整に歪みを生じさせることを踏まえれば、今回起きたパンデミック不況が季節調整に与える影響は大きいと考える。

また、高岡（2022）が指摘するように、新型コロナウイルスの影響はリーマンショックに匹敵するほどの異常な変動が起きており、公的統計の作成者は季節調整値の改定を可能な限り小さくするという、安定した季節調整系列を提供することが実務上での課題であることを述べている。安定性とは「新規のデータを追加して季節調整をかけ直した場合に、過去の季節調整値の変化の程度」を示している。

本稿では、X-12-ARIMA といった従来の手法ではなく、Wei et. al（2020, 2016）の Regularized Singular Value Decomposition (RSVD, 正則化特異値分解) を用いた新しい季節調整法により、改定が小さくなるのか否かを検討する。Wei et al.（2020, 2016）は、アメリカの1992年1月から2012年12月までで、小売業の自動車と parts dealers のデータを X-12-ARIMA, SEATS, RSVD を比較し、RSVD が X-12-ARIMA, SEATS よりもわずかながらスムーズであったことを示している。本稿では、特に現行の X-12-ARIMA と RSVD に焦点を当てて実際に運用した場合に、RSVD が X-12-ARIMA よりも改定が小さく、有益な季節調整法であるのかを検討する。検討時期については、パンデミック不況が始まった令和2（2020）年1月から令和5（2023）年1月で利用可能なデータをもとに考察する。年間補正值については、最新が令和3（2021）年12月までのデータであり、2年間を対象とする。

以下、第2節では、先行研究の紹介をする。第3節では、「商業動態統計調査」に関する推計方法の概略、公表スケジュール、本論で使用するデータについて紹

介する。第4節では、新しい季節調整法である RSVD 法について述べる。第5節では、インプリケーションとして季節調整で従来の X-12-ARIMA による改定（公表値）と RSVD 法を運用したときの改定を比較検討する。最後に結論を述べる。本研究は、景気実態の把握や景気指標の開発で重要な研究であるとする<sup>4</sup>。

## 2. 先行研究の整理

小巻（2022）は GDP の改定に言及しており、Covid-19 の影響や経済ショック時の改定状況を国際比較している。Covid-19 については、リアルタイムデータでは、消費税が8%から10%へと増税した2019年10-12月期から経済活動は落ち込んでおり、そのような状況でCovid-19の拡大でさらに2020年4-6月期には-7.8%と大きく落ち込み、続く7-9月期と10-12月期で4-6月期の落ち込みを回復し、ほぼ横ばいとしている。それに対し、ファイナルデータ（最新値）では、回復は弱く急激な落ち込みを上回る回復となっていないことを指摘している。また、平時、経済ショック時ともに諸外国（アメリカ、イギリス、Euro、オーストラリア）と比べて改定が大きいことを示している。具体的には、1次速報と最新値との比較であり、日本の場合、平時（2000年1-3月期から2021年1-3月期まで）は0.44%の改定、経済ショック時（リーマンショック、Covid-19、2014年及び2019年の消費税増税）は0.73%であることを指摘している。

高岡（2022）は、X-12-ARIMA で GDP 関連系列の季節調整について検討している。その方法としては、2020年1-3月または2020年4-6月までのデータを基に、2021年1-3月または2021年4-6月まで（系列によって始点と終点の時期が異なる）、ARIMA モデルで予測値を求め、実績値との差を求めている。その結果、系列ごとに特徴が異なり、コロナ期の変動がおおむね予測の範囲内に収まっている系列、2020年4-6月期周辺で大きな下落をした後に2021年前半には予測の範囲内に回帰している系列、コロナ化の初期にレベルシフト的な大きな下落を見せ、低い水準のままの3つに分類できるとしている。

<sup>4</sup> 吉川（2000）の第2章で、マクロ的な変動や景気循環をどう定義するかは、重要なテーマであることを述べている。

奥本（2010）は、X-12-ARIMA の version 0.3 について紹介している。従来の version 0.2 と異なるのは、ARIMA モデルに自動選択機能が組み込まれたことや季節調整の年合計値が元の原数値と一致させることなどを挙げている。データとしては、日本の大口電力使用量データであり、データ区間は 1990 年 1 月から 2007 年 12 月までである。PICKMDL と AUTOMDL を適用すると、PICMODL は選ばれたモデルが  $(2\ 1\ 2)\ (0\ 1\ 1)$  であるのに対し、AUTOMDL は  $(0\ 1\ 1)\ (0\ 1\ 1)$  であった。AIC からは PICKMDL、BIC からは AUTOMDL が良く、MARF（Mean Absolute Percent Revision）はともに 0.32 であり、季節調整の安定性という点では同等であることを示している。また、季節調整の合計値と原数値の合計値を一致させるのが `force` コマンドであるが、それを用いるか用いないかで 0.02 から 0.22% の誤差率であることを示している。

奥本（2015）は、大口電力使用量と百貨店販売額について、X-12-ARIMA と X13ARIMA-SEATS を適用して季節調整値の比較をしたところ、顕著な差が見られなかったことを示している。

内閣府経済社会総合研究所国民経済計算部（2009）は、GDP の季節調整のかけ直しの影響の大きさについて検討している。季節調整系列は前期の改定や季節調整をかけなおすことにより、計数が大きく変わってしまう「季節性調整の不安定性」があり、季節調整対象項目の粗さがある。この粗さの問題を解決するために、利用するデータを細分化して季節調整を検討したが、滑らかさや安定性が増すという理想的な結果は得られないことを示している。

### 3. 「商業動態統計調査」の推計方法の概略、公表スケジュール、使用データ<sup>5</sup>

推定方法はシンプルであり、比推定である。具体的には、当該月と前月の調査票とともに報告されている事業所の販売額を業種別、従業者規模別（セル別）に合計し、前月比を求める。その次に、前月のセル別の販売額にその比率を乗じ、

<sup>5</sup> 経済産業省のホームページの商業動態統計、調査の結果 <https://www.meti.go.jp/statistics/tyo/syoudou/result-4.html#menu06>（令和 5 年 2 月 8 日閲覧）による。

セル別販売総額を業種別に合計する方法である。ただし、業種別販売額の推定は、標本調査の結果から比推定によって行っている。算式は(1)、(2)式のとおりである。

$$\hat{X}_{ij}^t = \hat{X}_{ij}^{t-1} \times \frac{\frac{1}{f_{ij}} \sum_k^n x_{ijk}^t}{\frac{1}{f_{ij}} \sum_k^n x_{ijk}^{t-1}} = \hat{X}_{ij}^{t-1} \times \frac{\sum_k^n x_{ijk}^t}{\sum_k^n x_{ijk}^{t-1}} \quad (1)$$

$$\hat{X}_i^t = \hat{X}_{ij}^t + \hat{X}'_{ij}^t \quad (2)$$

ただし、 $t$ ：月、 $i$ ：業種区分、 $j$ ：従業者規模区分、 $n$ ：標本事業者数、 $f$ ：抽出率、業者規模区分、 $\hat{X}$ ：月間販売額の推定値（事業者分）、 $\hat{X}'$ ：月間販売額の推定値（事業者分）、 $x$ ：標本事業所の月間販売額、 $k$ ：標本事業所番号（前月と一致した場合）である。なお、標本事業所は「標本企業」と読み替える。

商業動態統計調査の主な活用例としては、小売業は「個人消費の動向を供給側から把握する代表的な指標」であり、卸売業は「生産と消費を結ぶ流通段階の変動を把握する数少ない指標」として利用されている。具体的には、内閣府の「景気動向指数」、「月例経済報告」、「GDP（国内総生産）四半期統計」に利用されている。

「商業動態統計調査」のデータは、経済産業省のホームページ<sup>6</sup>からダウンロード可能である。当該月終了後、翌月下旬に速報値、翌々月中旬に確報値が公表される。また、翌年1月の確報値の公表時（毎年3月）に、前年の年間補正值がそれぞれ公表される。翌年6月頃に、年報も公表される。例えば、令和4（2022）年2月のデータは、令和4（2022）年3月下旬に速報値、同年4月中旬に確報値が公表された。さらに、翌年の令和5（2023）年の3月に年間補正值が公表される予定である。

特徴として、原指数については翌月の速報値が公表された後に、確報値で改定がなされるが、それ以降は基準改定を除いて改定されない。それに対し、季節調整指数については確報値、年間補正值で改定される。年間補正值での改定は前

<sup>6</sup> 経済産業省のホームページから得た。https://www.meti.go.jp/statistics/tyo/syoudou/（閲覧日：令和5年2月8日）

表1 公表スケジュール (例)

対象月	公表日	令和4年 (2022年)												令和5年 (2023年)		
		3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月			1月	2月	3月
令和2年 12月		年間補正值														
令和3年 1月		年間補正值	年間補正值													
(2021年) 2月		年間補正值	年間補正值	年間補正值												
3月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值											
4月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值										
5月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值									
6月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值								
7月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值							
8月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值						
9月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值					
10月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值				
11月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值			
12月		年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	年間補正值	
令和4年 1月		速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
(2022年) 2月		速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
3月		速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
4月			速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
5月				速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
6月					速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
7月						速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
8月							速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
9月								速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
10月									速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
11月										速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
12月											速報値	速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
令和5年 1月												速報値	速報値	速報値	速報値	速報値
(2023年) 2月													速報値	速報値	速報値	速報値

(注) 厳密には、当月終了後、翌月の下旬に速報値が公表され、翌々月の中旬に確報が公表される。さらに、翌々月下旬に、次の月の速報値が公表される。前年の年間補正值は翌年の1月確報公表時（公表時期は3月）に公表される。

年の1月から12月までのデータの季節調整をかけ直すためであり、原指数が改定されないことから、季節調整のかけ直しによる改定であると考えてよい。

データについては、「政府統計の窓口」<sup>7</sup>の「商業動態統計調査速報」の月次より、令和2（2020）年1月から令和3（2021）年12月までリアルタイムデータ（当時、利用可能なデータ）を得た。コロナショックでの改定を検討するため、令和2（2020）年1月以降とし、原稿執筆時点で、令和4（2022）年の1月から12月までの年間補正值が公表されていないため、令和3（2021）年12月までのデータを分析対象とする。表1は各時点で15個のデータであるが、過去8年あるいは11年分のデータを再現し、季節調整を試みる。なお、平成20（2008）年12月速報分から取得が可能である。

季節調整の方法については、X-12-ARIMA が採用されている。平成27（2015）

<sup>7</sup> 政府統計の総合窓口 <https://www.e-stat.go.jp/>（閲覧日：令和5年2月8日）を参照。

年基準，平成 22（2010）年基準の季節調整対象期間は 8 年，スベック等は系列ごとに設定し，外れ値処理を実施し，予測系列についても採用している．最近では，平成 29（2017）年 1 月確報（公表は同年 3 月 15 日）から基準年が平成 22（2010）年基準から平成 27（2015）年基準に切り替わった．平成 27（2015）年基準で平成 14（2002）年 1 月からのデータが取得可能である．

「商業計」の場合，モデルは  $(0\ 1\ 2)(0\ 1\ 1)$ ，曜日調整は  $\text{tdlnolyper}$  であり，ダミー変数としては，平成 26（2014）年 3 月に AO ダミー，令和元（2019）年 10 月に LO ダミー，令和 2（2020）年 4 月，5 月に TC ダミーを考慮している．うろう年調整を行っているのは，卸売業，小売業の一部の業種である<sup>8</sup>．

## 4. RSVD<sup>9</sup>

正則化特異値分解（RSVD）に基づく新しい季節調整は，時間の経過とともに変化しない固定された季節性と季節ごとに変化する時間的に変化する季節性の 2 種類の線形結合で構成され，十分な柔軟性のある手法である．具体的には，右特異値ベクトルが複数の季節パターンを捉えるのに対し，左特異値がそれらの季節パターンの大きさと時間経過に伴う変化を捉える．RSVD は左特異値ベクトルがスムーズに変化することを前提として，罰則付き最小 2 乗法を使用し，左特異値ベクトルを抽出する方法である．

### 4.1 RSVD の概要

$n \times p$  次元のデータ行列  $\mathbf{X} = (x_{ij})$  を考える．ただし，列平均は 0 であるとする（後に，この仮定については，それぞれの列から列平均値を取り除いた値とする）．ここで， $\mathbf{u}$  は左特異値ベクトル， $\mathbf{v}$  は右特異値ベクトル， $\top$  は転置， $F$  はフロベニウスノルムとして，以下の最小化問題を考える．

<sup>8</sup> 商業動態統計調査の X-12-ARIMA によるスベック等については，経済産業省大臣官房調査統計グループ（2022）の 14，26 頁を参照した．

<sup>9</sup> Lin et al.（2020，2016）を参照．



$$(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{v}}) = \arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \|\mathbf{X} - \mathbf{u}\mathbf{v}^T\|_F^2 \quad (3)$$

この問題ではデータの平衡化構造を想定していない。

$$(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{v}}) = \arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \|\mathbf{X} - \mathbf{u}\mathbf{v}^T\|_F^2 + \alpha \mathbf{u}^T \boldsymbol{\Omega} \mathbf{u} \quad (4)$$

RSVD は左特異値ベクトルに制約を課すことにより、平衡化構造を探る。具体的には、第2項に Tikhonov (チコノフ) の正則化項を導入し、季節調整の特異値分解を考慮し、左特異値ベクトル  $\mathbf{u}$  にペナルティを課す。 $\boldsymbol{\Omega}$  は非負の粗さペナルティ行列、 $\alpha$  は平滑化パラメーターである。ただし、 $\boldsymbol{\Omega}$  は (5) 及び (6) 式より、(7) 式で与えられる。

$$\Delta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & -1 & 1 & \\ & & & \ddots & \ddots \\ & & & & -1 & 1 \end{bmatrix}_{(n-1) \times n} \quad (5)$$

$$\Delta^2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & \\ & 1 & -2 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}_{(n-2) \times n} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = (\Delta^2)^T \Delta^2 \quad (7)$$

(4) を解くために、以下のアルゴリズムを与える。

#### アルゴリズム 1: $\mathbf{X}$ の正則化特異値分解

1. 初期値の  $\mathbf{u}$  については、標準の SVD から与え、初期化する。
2. 下記の (8), (9) の2式が収束するまで繰り返し、その上で  $\mathbf{u}$  と  $\mathbf{v}$  を決定する。

$$\boldsymbol{v} \leftarrow \frac{\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{u}\|} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{u} \leftarrow (\boldsymbol{I}_n + \alpha \boldsymbol{\Omega})^{-1} \boldsymbol{X} \boldsymbol{v} \quad (9)$$

$\alpha$  については、次の一般公差確認検証の (10) 式を最小にするように選ぶ、

$$GCV(\alpha) \leftarrow \frac{1}{n} \frac{\|[\boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{M}(\alpha)] \boldsymbol{X} \boldsymbol{v}\|^2}{\left(1 - \frac{1}{n} \text{tr}\{\boldsymbol{M}(\alpha)\}\right)^2} \quad (10)$$

ただし、 $\boldsymbol{I}_n$  は  $n \times n$  の単位行列、 $\boldsymbol{M}(\alpha) = (\boldsymbol{I}_n + \alpha \boldsymbol{\Omega})^{-1}$  は平滑化行列である。

RSVDは以下の基本的な3つの式から成立する。一般的に、正規化したSVDは、次元が  $r$  の  $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U} \boldsymbol{V}^T$  となるように分解することである。 $\boldsymbol{U}$  は  $n \times r$  の行列、 $\boldsymbol{V}$  は  $p \times r$  の行列である。

$\{\boldsymbol{x}_t\}_{t=1}^T$  は確定要素  $s_t$  と確率的非季節成分  $e_t$  を加えたもので、 $\boldsymbol{x}_{ij} = s_{ij} + e_{ij}$  で、 $\sum_{j=1}^p s_{ij} = 0$  を満たす。これを行列で示すと (11) 式ようになる。

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{E} \quad (11)$$

季節効果が固定されている場合は、季節パターンは期間を通じて変化せず、 $s_t = f_j(t)$  となり、季節要素は (12) 式のように表される。

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{I}_n \cdot \boldsymbol{f}^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_p \\ f_1 & f_2 & \cdots & f_p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1 & f_2 & \cdots & f_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

時間とともに変化する季節性を表すために、ランク  $r$  の低次元の  $\boldsymbol{S} - \boldsymbol{I}_n \cdot \boldsymbol{f}^T$  を使用する。

$$\begin{aligned}
S &= I_n \cdot f^T + UV^T \\
&= \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1} [f_1 \cdots f_p]_{1 \times p} + \begin{bmatrix} u_{1,1} & \cdots & u_{1,r} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & u_{i(t),k} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{1,n} & \cdots & u_{n,r} \end{bmatrix}_{n \times r} \begin{bmatrix} v_{1,1} & \cdots & v_{1,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & v_{i(t),k} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{1,n} & \cdots & v_{r,p} \end{bmatrix}_{r \times p} \quad (13)
\end{aligned}$$

$U$  は  $n \times r$  の行列で,  $u_j$  は  $j$  番目の列のパターン係数を表し,  $V$  は  $v_j$  は  $r \times p$  の行列で,  $j$  番目の列の季節パターンを表す. ただし,  $V^T V = I_r$ ,  $r \leq p$  である. また,  $U^T$  と  $i_n$  は直交 ( $U^T \times i_n = 0$ ) し,  $Q_n^T U = U$  となる.

## 4.2 季節調整の手順

RSVD はデータ構造の固有の滑らかさ構造を考慮した特異値分解である. データについて行が期間, 列が季節を表すベクトルに変換する.  $X$  は列平均が 0 である  $n \times p$  次元のデータ行列を示す. 季節時系列は, 各行がすべての季節の 1 つの期間を表す行列として表す.

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & x_{i(t),j(t)} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \cdots & x_{n,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

$i$  が年,  $j$  が月を示す.  $x_1$  は  $1 \times p$  の行列,  $x_n$  は  $T \times 1$  の行列で,  $X_T = \text{Vec}(x_T) = (x_1, \cdots, x_n, \cdots, x_T)$  である.  $n = T/p$  はトータルのスパンであり,  $1 \leq x \leq n$ ,  $1 \leq j \leq p$ ,  $t = (i(t) - 1)p + j(p)$  を満たす.  $I_p$  は  $p \times 1$  で 1 のベクトル,  $0_p$  は  $p \times 1$  行で 0 のベクトル, すなわち, (15) 式のとおりである.

$$I_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad 0_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

季節調整のステップについては, ステップ 1: パターン係数  $U$  の推定, ステッ

プ 2：固定された季節パターン  $\mathbf{f}$  の推定，時間とともに変化する季節パターン  $\mathbf{V}$  の推定，ステップ 3：オプションとして，非季節要素  $\mathbf{E}$  の推定（ARMA）がある。ただし，ステップ 3 は季節調整の関心から外れるため，このステップは省略する。

#### ステップ 1：パターン係数 $\mathbf{U}$ の推定

アルゴリズム 1 を実行するために，(16) 式のように， $\mathbf{X}$  に  $\mathbf{Q}_n$  を前から掛ける。 $\mathbf{Q}_n$  は  $n$  次元の column-wise demeaning matrix であり，平均を取り除くという意味である。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{Q}_n \mathbf{X} \quad (16)$$

ここで， $\mathbf{Q}_n = \mathbf{I}_n - \mathbf{i}_n \mathbf{i}_n^T / n$ ， $\mathbf{Q}_n \mathbf{a} = \mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}$ ， $\mathbf{Q}_n \mathbf{i}_n = \mathbf{0}_n$ ， $\mathbf{Q}_n \mathbf{U} = \mathbf{U}$  より，(17) 式のとおりとなる。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{Q}_n \mathbf{S} + \mathbf{Q}_n \mathbf{E} = \mathbf{Q}_n (\mathbf{I}_n \cdot \mathbf{f}^T + \mathbf{U} \mathbf{V}^T) + \mathbf{Q}_n \mathbf{E} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T + \tilde{\mathbf{E}} \quad (17)$$

$\tilde{\mathbf{X}}$  は固定された季節性を持たず，季節効果の  $\sum_{j=1}^p s_{ij} = 0$  を満たせるために， $\mathbf{f}^T \mathbf{i}_p = \mathbf{0}$ ， $\mathbf{V} \mathbf{i}_p = \mathbf{0}_p$  を課すと，アルゴリズム 1 は次のアルゴリズム 2 に書き換えられる。

アルゴリズム 2（下記の 1，2 以外は，アルゴリズム 1 と同様である。）

1. (16) 式から  $\mathbf{X}$  は  $\tilde{\mathbf{X}}$  に置き換えられる。
2. 下記の (8) 式は，(18) 式に書き換えられる。

$$\mathbf{v} \leftarrow \frac{\mathbf{Q}_p \mathbf{X}^T \mathbf{u}}{\|\mathbf{Q}_p \mathbf{X}^T \mathbf{u}\|} \quad (18)$$

$\mathbf{Q}_p$  を掛けることにより， $\mathbf{v}^T \mathbf{i}_p = \mathbf{0}_p$ ， $\mathbf{v}^T \mathbf{v} = \mathbf{1}$  を保証している。アルゴリズム 2 を実行することで，初めの  $\mathbf{u}$  と  $\mathbf{v}$  のペアを得ることができ，それ以降は，残差である  $\tilde{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{u}} \hat{\mathbf{v}}^T$  を低次元数である  $r$  回行うことにより， $\hat{\mathbf{U}} = (\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_r)$ ， $\hat{\mathbf{V}} = (\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_r)$  を得る。 $\hat{\mathbf{U}} = (\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_r)$  をステップ 2 で使用する。

ステップ2:  $\mathbf{f}$  と  $\mathbf{V}$  の推定

ステップ1で得られた  $\mathbf{U}$  の推定を使い,  $\mathbf{V}$  を推定する. また, ステップ1で  $\mathbf{f}$  は固定された季節パターンであり, その係数はすべて1である.  $\mathbf{f}^T \cdot \mathbf{I}_p = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{V}^T \cdot \mathbf{I}_p = \mathbf{0}$  を制約条件として, (19) 式の最小2乗法問題を解く.

$$(\hat{\mathbf{f}}, \hat{\mathbf{V}}) = \arg \min_{\mathbf{f}, \mathbf{V}} [\mathbf{X}_T - \text{Vec}(\mathbf{f} \cdot \mathbf{I}_n^T + \mathbf{V} \hat{\mathbf{U}}^T)]^T [\mathbf{X}_T - \text{Vec}(\mathbf{f} \cdot \mathbf{I}_n^T + \mathbf{V} \hat{\mathbf{U}}^T)] \quad (19)$$

この最小化問題は (20) 式のとおりにも書き直すことが可能である.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} (\mathbf{X}_T - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{X}_T - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}) \quad \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}_{r+1} \quad (20)$$

ただし,  $\mathbf{Z} \equiv [\mathbf{i}_n \otimes \mathbf{I}_p \quad \hat{\mathbf{u}}_1 \otimes \mathbf{I}_p \dots \hat{\mathbf{u}}_r \otimes \mathbf{I}_p]$ ,  $\boldsymbol{\beta} \equiv [\mathbf{f}^T, \mathbf{v}_1^T, \dots, \mathbf{v}_r^T]^T$ ,  $\mathbf{R} \equiv \mathbf{I}_{r+1} \otimes \mathbf{i}_p^T$  である.  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  は (21) 式で与えられる.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} \equiv (\hat{\mathbf{f}}^T, \hat{\mathbf{v}}_1^T, \dots, \hat{\mathbf{v}}_r^T)^T = \mathbf{b} - (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{R}^T [\mathbf{R} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{R}^T]^{-1} \mathbf{R} \mathbf{b} \quad (21)$$

ここで,  $\mathbf{b}$  は制約条件がない場合の  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  である. すなわち,  $\mathbf{b} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{X}_T$  である. 以上から, ステップ2で得られた  $\hat{\mathbf{f}}^T$  と  $\hat{\mathbf{V}}^T$  から季節要素を以下の (22) 式から得る.

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{i}_n \hat{\mathbf{f}}^T + \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{V}}^T \quad (22)$$

以下の図1から図5は, 「商業動態統計調査」の業種別販売額指数, 「商業計」の原指数を基に, RSVD を適用した場合に得られた結果である. データは少なくとも月次データの場合は11年分 ( $n=11$ ) が必要であり, 最新の令和3 (2021) 年1月から12月までの年間補正值が公表された令和4 (2022) 年2月までとし, ちょうど11年分をとり, データの始期を平成23 (2011) 年3月からとして分析したものである. 図1は  $\hat{\mathbf{f}}^T$  は固定された季節パターンであり, 12か月×11年の行列である. 月次の変動は図1のとおりであるが, 年によって変化がないものである. 図2の  $\hat{\mathbf{V}}^T$  は季節パターンであり, 12次元よりも低い2次元で分解し ( $r=2$ ), 11年×2の行列である. 図3の  $\hat{\mathbf{U}}$  は季節パターン係数で, 2×12か月の行列を表している. 以上から,  $\hat{\mathbf{S}}$  の季節変動を導出する (図4). 原指数から季節変動で割ったものが季節調整済指数である (図5).

さらに, 図5では X-12-ARIMA の分析結果も掲載しており, 「商業動態統計調

図 1 固定された季節パターン

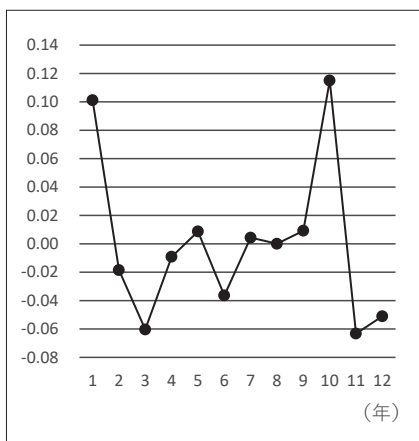


図 2 季節パターン

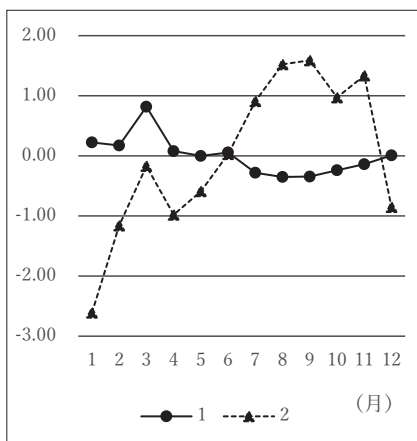


図 3 季節パターン係数

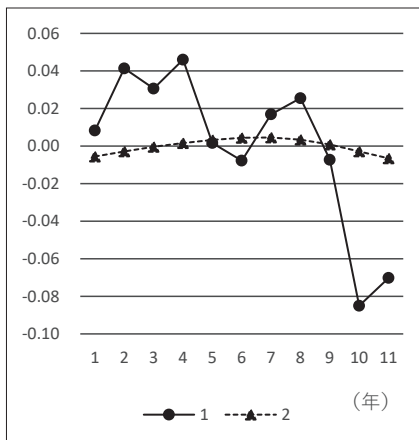


図 4 季節要素

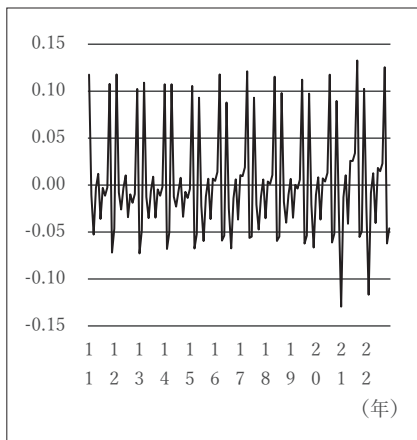
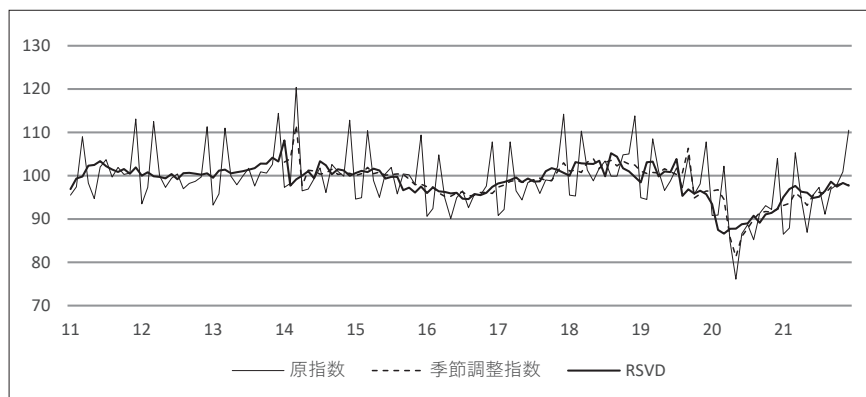


図5 原指数, X-12-ARIMA, RSVD



査」の季節調整済指数の公表値から得たものである。EViewsで季節調整を行った結果、令和3（2021）年9月の分析値は97.4であるのに対し、公表値が97.3と0.1ポイントの誤差が生じた。この理由として公表値は、季節調整済指数＝原指数÷季節曜日祝祭日うるう年指数であり、d16の小数点第3位で四捨五入した値から公表値を計算しているためである。令和3（2021）年9月以外のデータについては、誤差が生じなかった。

図6はX-12-ARIMAで各時点で利用可能であったリアルタイムデータをまとめたものである。年間補正值については、X-12-ARIMAの推定期間は8年であり、推定期間は平成26（2014）年1月から令和3（2021）年12月までである。毎年、季節調整をかけ直し、最新年の1月から12月までの値が年間補正值になる。利用者の混乱を防ぐ観点から、それ以外（平成26（2014）年1月から令和2（2020）年12月）は、改定されない。また、X-12-ARIMAによる12か月分の予測から次の年（令和4（2022）年1月から12月）までの暫定季節指数を出している。毎月公表される原指数を暫定季節指数で割ることにより、季節調整済指数で速報値や確報値を公表している。もちろん、令和5（2023）年1月確報の公表分で令和4（2022）年の年間補正值が公表される。

図6 X-12-ARIMA

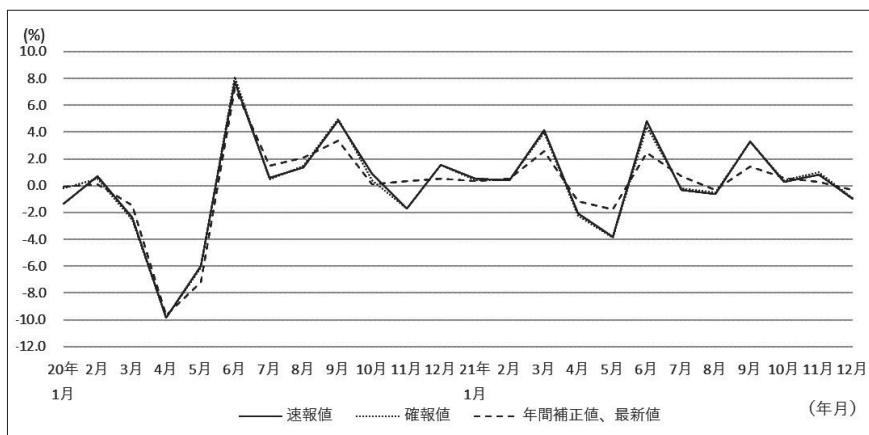
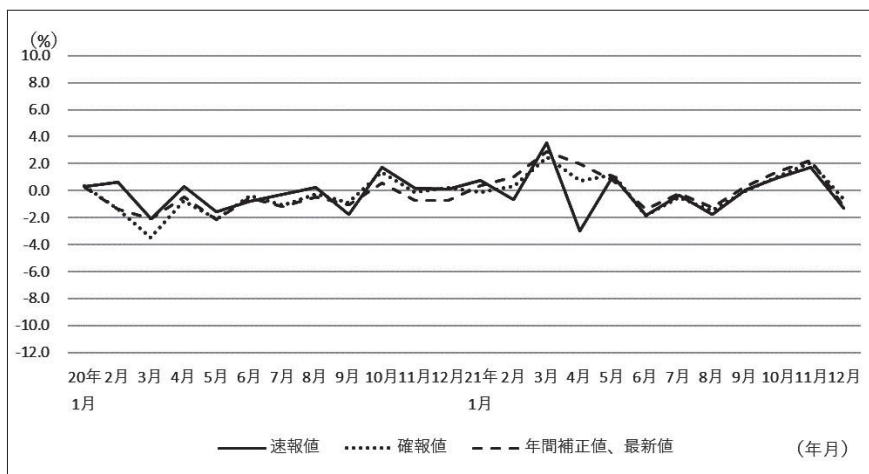


図7 RSVD





それに対し、図7のRSVDを運用したときの各月のリアルタイムデータをまとめたものである。RSVDは8年間ではデータが足りず、月次データの場合は少なくとも11年間（ $12 \times 11 = 132$  個）のデータが必要である。また、X-12-ARIMAのように12か月の予測値は出せないため、1つの考え方として、毎月、季節調整をかけ直し、最新月を速報値、前月を確報値とした。また、年間補正值については、毎月2月速報値の公表時に前年の1月から12月までとした。例えば、令和2（2020）年1月であれば、平成21（2009）年2月から令和2（2020）年1月までの132個のデータでRSVDを適用し、令和2（2020）年1月を速報値、前月の令和元（2019）年12月を確報値とした。また、令和3（2021）年2月のデータであれば、前年の令和2（2020）年1月から12月までを年間補正值として確定させた。それ以外は改定せずに運用した。

## 5. インプリケーション

ここでは、季節調整にX-12-ARIMAを用いるのではなく、RSVDを用いるとどの程度改定が緩和されるのかについて検討する。表2は令和2（2020）年1月から令和3（2021）年12月までで、RSVD、X-12-ARIMAで運用した際の改定幅の絶対平均値、標準偏差である。「商業計」だけではなく、業種別販売額指数で「卸売業」、「小売業」や更に細かい分類について、表2のように各データについて、当時利用可能であったリアルタイムデータを作成し、改定幅の状況をまとめた。令和5（2023）年2月で利用できるデータをファイナルデータ（最新値）とした。したがって、年間補正值については、令和3（2021）年12月までが最新である。

改定には①速報値から確報値へ、②確報値から年間補正值へ及び③速報値から最終確定値への改定である。なお、年間補正值から最新値への改定はゼロである。

表2から「商業計」で確報値から年間補正值への改定を比較すると、速報値から年間補正值（最終確定値）への改定で、「商業計」の絶対平均値はX-12-ARIMAが0.98であるのに対し、RSVDが0.80となっており、RSVDの方が改定を小さくすることが読み取れる。速報値から確報値への改定では、X-12-

表2 分析結果

	速報値→最新値		速報値→確報値		確報値→年間補正值	
	X12-ARIMA	RSVD	X12-ARIMA	RSVD	X12-ARIMA	RSVD
商業計	0.98	0.80	0.19	0.71	0.90	0.42
	1.16	1.27	0.30	1.06	1.10	0.54
卸売業計	0.69	1.34	0.26	0.86	0.64	1.20
	0.83	2.00	0.41	1.44	0.72	1.75
各種商品卸売業	2.64	3.01	1.09	2.19	1.87	1.54
	3.15	5.11	1.34	3.78	2.23	2.69
繊維品卸売業	1.50	2.10	1.22	2.05	0.55	1.03
	3.28	2.65	3.10	2.75	0.69	1.56
衣服・身の回り品卸売業	3.01	0.90	0.83	0.51	2.76	0.86
	3.72	1.21	1.17	0.71	3.49	1.10
農畜産物・水産物卸売業	0.93	1.57	0.46	1.28	0.83	0.74
	1.16	2.67	0.60	2.60	1.02	0.96
食料・飲料卸売業	1.28	1.88	0.52	1.44	1.13	1.40
	1.79	2.20	0.73	2.02	1.62	2.02
建築材料卸売業	1.58	1.42	0.50	1.23	1.49	0.72
	2.03	1.94	0.59	1.85	1.94	1.09
化学製品卸売業	1.15	1.18	0.38	0.85	1.06	0.61
	1.44	1.46	0.52	1.14	1.33	0.93
鉱物・金属材料卸売業	1.06	1.71	0.70	1.00	0.84	1.30
	1.35	2.22	0.84	1.43	1.13	1.78
機械器具卸売業	1.23	1.22	0.50	1.49	1.03	0.51
	1.47	1.69	0.76	1.95	1.30	1.03
産業機械器具卸売業	1.44	0.98	0.87	1.32	1.15	0.84
	1.80	1.28	1.02	1.94	1.43	1.47
自動車卸売業	2.14	1.91	0.95	1.58	1.95	1.24
	2.65	2.68	1.33	2.22	2.47	2.00
電気機械器具卸売業	2.11	1.33	0.74	1.26	1.81	0.87
	3.50	1.53	1.14	1.73	3.05	1.11
その他の機械器具卸売業	1.90	0.80	0.87	0.71	1.43	0.42
	2.35	1.27	1.20	1.06	1.76	0.54
家具・建具・じゅう器卸売業	1.05	1.58	0.64	1.97	0.75	1.22
	1.26	2.12	0.82	2.69	0.86	1.94
医薬品・化粧品卸売業	1.18	1.60	0.55	2.04	1.05	1.65
	1.54	2.41	1.14	2.77	1.32	2.09
その他の卸売業	1.05	1.54	0.72	1.05	0.74	1.62
	1.34	2.02	0.93	1.21	1.13	2.17

	速報値→最新値		速報値→確報値		確報値→年間補正值	
	X12-ARIMA	RSVD	X12-ARIMA	RSVD	X12-ARIMA	RSVD
小売業計	1.27	1.34	0.17	0.86	1.31	1.20
	1.57	2.00	0.32	1.44	1.60	1.75
各種商品小売業	1.15	3.01	0.15	2.19	1.09	1.54
	1.53	5.11	0.43	3.78	1.50	2.69
織物・衣服・身の回り品小売業	2.75	2.10	0.45	2.05	2.62	1.03
	3.82	2.65	0.60	2.75	3.86	1.56
飲食料品小売業	0.58	0.90	0.21	0.51	0.53	0.86
	0.74	1.21	0.22	0.71	0.70	1.10
その他の小売業	0.50	1.57	0.18	1.28	0.49	0.74
	0.62	2.67	0.29	2.60	0.65	0.96
自動車小売業	1.84	1.88	0.50	1.44	2.17	1.40
	2.32	2.20	0.78	2.02	2.55	2.02
機械器具小売業	1.68	5.19	0.33	3.88	1.61	3.15
	2.05	6.22	0.42	5.77	2.06	3.91
燃料小売業	2.04	0.95	0.24	0.92	2.08	0.58
	2.66	1.60	0.33	1.55	2.70	0.85
医薬品・化粧品小売業を含むその他小売業	1.26	1.13	0.20	1.08	1.31	0.45
	1.59	1.72	0.26	1.70	1.65	0.63

ARIMA が 0.19 であるのに対し、RSVD が 0.71 であることから、確報値への改定は、X-12-ARIMA の方が小さい。しかし、確報値から年間補正值（最終確定値）への改定は、X-12-ARIMA が 0.90、RSVD が 0.42 であることから、年間補正值（最終確定値）への改定は、RSVD の方が小さいといえる。「商業計」だけに注目して安定性という観点からは、X-12-ARIMA よりも RSVD の方が優れているといえる。

また、標準偏差については、確報値から年間補正值への改定で、「商業計」は X-12ARIMA が 1.10 であるのに対し、RSVD が 0.54 となっており、改定のバラツキ具合は小さくなっている。ただし、速報値から確報値への改定、速報値から最新値への改定は X-12-ARIMA の方が小さいことが窺える。

業種別には、「衣服・身の回り品卸売業」、「建築材料卸売業」、「産業機械器具卸売業」、「電気機器具卸売業」、「織物・衣服・身の回り品小売業」、「燃料小売業」については、絶対平均値、標準偏差が現行の X-12-ARIMA よりも RSVD の方が

小さいことが窺え、季節調整にRSVDを適用した方が良いことが明らかになった。さらに、RSVDで、X-12-ARIMAと比べて変動は大きいものの、絶対平均値が小さいのは、「商業計」以外に、「建設材料卸売業」、「機械器具卸売業」、「産業機械器具卸売業」、「自動車卸売業」、「電気機械器具卸売業」、「その他の機械器具卸売業」、「燃料小売業」、「医薬品・化粧品小売業を含むその他小売業」であった。

## 6. おわりに

本稿は、Lin et al. (2020, 2016)を参考にしながら、新しい季節調整法であるRSVD法を適用し、これまでのX-12-ARIMAと比較し、商業動態統計調査のデータで、改定が軽減できるかについて着目した。商業動態統計調査に着目した理由は、Lin et al. (2020, 2016)が小売業のデータを使用していることが挙げられる。また、サービス化が進む中で第3次産業の動向が重要視される中で、3次指数の作成において基礎データであるためである。令和2(2020)年から始まったパンデミック不況により、大きく変動する中で、高岡(2022)が指摘するように、データの改定をできるかぎり小さくし、データの利用者に混乱を招かないようにすることが求められている。そのような中で、期間を令和2(2020)年1月から年間補正值が最新の令和3(2021)年12月までを分析対象とし、リアルタイムデータを作成して分析を試みた。

その結果、「商業計」においては、RSVDの方がX-12-ARIMAよりも改定が小さくできることが明らかになった。更に細かい業種では絶対平均値と標準偏差がX-12-ARIMAよりもRSVDで小さいことが判明した。ただし、すべての業種で改定が小さくなるのではなく、一部の業種である。このことは、RSVDがX-12-ARIMAと比較して遜色がないもう1つの季節調整法ではないかと考察する。本研究の貢献としては、季節調整の方法をX-12-ARIMAではなく、RSVDを提案したということであり、実際に経済のサービス化が進む中で3次指数の基礎資料である「商業動態統計調査」に着目し、コロナショックに適用したら改定状況がどのようになるのかを試算したことである。

今後の課題としては、商業動態統計調査以外にGDPなどの指標でもRSVDを

適用することである。景気の実態を把握には、速報性と正確性がトレードオフの関係にあるが、早い段階でより正確な景気指標を作成することである。

## 【参考文献】

1. Findley, D.F., B.C.Moncell, W.R.Bell, M.C. Otto, and B.C.Chen (1998) "New Capabilities of the X12-ARIMA Seasonal Adjustment Program with Discussion", Journal of Business and Economic Statistics Vol.16, No.2, p.127-177.
2. Lin, W., Huang J.Z. and McElroy,T. (2020) "Time Series Seasonal Adjustment Using Regularized Singular Value Decomposition", Journal of Business and Economic Statistics Vol.38, No.3, pp.127-177.
3. Lin, W., Huang J.Z. and McElroy,T. (2016) "Time Series Seasonal Adjustment Using Regularized Singular Value Decomposition" ([https://www2.census.gov/adrm/fesac/2016-12-09/McElroy-Background-Document-\(FESAC-12-9-16\).pdf](https://www2.census.gov/adrm/fesac/2016-12-09/McElroy-Background-Document-(FESAC-12-9-16).pdf), 令和 5 年 2 月 10 日閲覧)
4. 有馬帝馬 (2012)『入門季節調整—基礎知識の理解から「X-12-ARIMA」の活用まで』, 東洋経済新報社.
5. 奥本佳伸 (2015)「季節調整プログラムセンサス局法 X-12-ARIMA と X13-ARIMA-SEAS を日本の 2 つの経済統計データに適用した結果の比較」『千葉大学経済学研究』, 第 29 巻, 第 4 号, 241-259 頁.
6. 奥本佳伸 (2010)「季節調整法プログラムセンサス局法 X-12-ARIMA の version 0.3 について」『千葉大学経済研究』第 24 巻第 3・4 号, 99-117 頁.
7. 経済産業省大臣官房調査統計グループ (2020)「第 3 次産業活動指数 2015 年 (平成 27 年) 基準改定の概要」, 令和 2 年 4 月 10 日.
8. 経済産業省大臣官房調査統計グループ (2022)「商業動態統計月報」, 2022 年 1 月分.
9. 経済産業省大臣官房調査統計グループ編 (2015)『指数の作成と利用 鉱工業指数読本《第 7 版》』, 126-152 頁.
10. 小巻泰之 (2022)「霧の中の GDP ～経済ショック時の GDP 速報をどう捉えるか～」ニッセイ基礎研究所.
11. 杉本良平 (2022)「第 3 次産業活動指数の主要業種別におけるデータ改定とパン

デミック不況に関する一考察』『立正大学経済学季報』第 71 巻, 第 4 号, 105-132 頁.

12. 高岡慎 (2015) 『経済時系列と季節調整法 (経済解析スタンダード)』朝倉書店.
13. 高岡慎 (2022) 「GDP 関連系列の季節調整における異常値処理の妥当性について」『国民経済計算関連論文』, No.2, 1-66 頁. ([https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/data/sna\\_ronbun/pdf/sna\\_ronbun002.pdf](https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/data/sna_ronbun/pdf/sna_ronbun002.pdf), 閲覧日: 令和 5 年 2 月 10 日)
14. 内閣府経済社会総合研究所国民経済計算部 (2009) 「四半期別 GDP 速報における季節調整方法の改善について」『季刊国民経済計算』No.139, 155-179 頁.
15. 新家義貴 (2012) 「鉱工業生産指数 (2012 年 1 月) ～良好な内容. ただし, 季節調整の歪みに注意が必要～」, 第一生命研究所 Economic Indicators.
16. 新家義貴 (2010) 「景気判断を難しくする『季節調整の歪み』～季節調整の歪みにより鉱工業生産が実態から乖離する可能性～」, 第一生命研究所 Economic Trends.
17. 吉川洋 (2000) 『現代マクロ経済学』, 創文社.