

# 単位構造分析の産業連関表への適用方法について

藤岡 明房

## 【要旨】

産業連関分析の1つの手法である「単位構造分析」とは、ある特定産業の最終需要が1単位だけ与えられたという条件に基づいて産業連関表の特定化がなされ、その最終需要を実現するための産業連関構造を表す「単位構造行列」を求め、その単位構造行列を用いて行う分析である。そこで、単位構造行列には特定された産業の生産物だけを生産するための生産の系列が存在しているという仮定を設け、その仮定にしたがって、生産の系列化が存在しているならば、その系列はどのような性質を持っているかを検討してみることにした。そこで、ティッシュペーパーを一箱生産するという仮説例を取り上げ、その仮説例において系列が存在するならば、投入係数行列がどのような性質を持っているかを調べてみると、横軸に投入係数行列の縦方向の列和である中間投入計を取り、縦軸に投入係数行列の横軸方向の行和である中間需要計を取ることによって、各産業の散布図を描くと、川上部門、川中部門、川下部門のそれぞれが位置する領域が特定化されることが示された。これにより、従来は見えにくかった、各産業の取り引きの系列が具体的に示されることになった。したがって、単位構造行列とは、従来は重層的にしか存在していなかった各産業の系列が、個別に分解された行列を表したものとみなせることになる。

【キーワード】 単位構造、産業関連表、系列、中間投入計、中間需要計

## 1. はじめに

産業連関表を用いた経済分析の方法については、以前から様々な研究が行われている。その中の 1 つが『単位構造 (ユニット・ストラクチャ)』分析である。この分析方法は慶応大学の尾崎巖教授によってはじめられた方法である。この分析の基本的考え方は、ある財の最終需要が 1 単位与えられた時の中間需要の連関構造を求めることによって、ある財についての固有の単位構造行列が得られることになる。この単位構造行列を調べることによって、ある財の生産に関係する直接・間接の財の関連性を明らかにすることができることになる。あらゆる財の最終需要が与えられた時の中間需要の連関構造を示している産業連関表に比べると、この単位構造行列についてはより特定化された産業連関表が得られることになる。しかし、尾崎教授はある特定の財の単位構造を示すことができたが、必ずしも単位構造の一般化はなされていなかった。そのため、単位構造分析の利用はあまり広がっていないのが実情である。単位構造の考え方は極めて優れたものであることから、その利用が限定されているのはもったいないことである。そこで、単位構造の一般化が必要になる。単位構造の一般化についての試みは、拙稿 [2019] において示されている<sup>1</sup>。

単位構造行列の利用方法については、尾崎教授をはじめ何人かが試みているが、あまり種類がない。例えば、尾崎教授の論文 [1980] の中では、単位構造の大きさを円の大きさを表すという図を用いて示している<sup>2</sup>。あるいは、3 次元の図において特定産業の単位構造の大きさを高さで表し、単位構造のある係数の値を円の大きさを示している<sup>3</sup>。尾崎・石田 [1970] の論文では、単位構造分析の前段階と

<sup>1</sup> 単位構造の一般化は、藤岡 [2019] において行われている。

<sup>2</sup> ユニット・ストラクチャにおいて円の大きさは取引額に比例して描かれている。同様の図が、84 ページの第 4 図、86 ページの第 5 図、87 ページの第 6 図である。

<sup>3</sup> 尾崎・赤林 [1989] の論文の 212 ページの第 13 図に機械類の単位構造の立体図が示されている。

して産業の「三角化」を行って系列関係を示すことを試みている<sup>4</sup>。これらの方法は意味があるが、手法が複雑であったり、産業連関表について十分な知識がないと使いこなせないようなものであった。

本論文では、最初に産業の連関構造の関係を川上部門、川中部門、川下部門という流れを中心に分析する方法を提示する。この方法を採用する前提に単位構造分析を適用することが重要になる。単位構造分析により、最終需要が1単位与えられた時の産業間の連関構造が得られているので最終需要の財を1単位だけ生産するための産業間の連関構造の意味が明らかになり、しかも各産業の役割の大きさが示されることになる。5.においてこの方法を用いて、13部門の産業から構成される産業連関表に基づいて、単位構造分析を適用し、各産業の連関構造の意味を検討することにする。

## 2. 産業連関分析についての前提条件

産業連関表はワシリー・レオンチエフ (W.W.Leontief) によって1930年代半ばから研究<sup>5</sup>が始められ、現在世界各国で作成されている統計データ集である。産業連関表は、部門分割された産業間の取引関係からなる中間需要・中間投入部門、消費や投資、輸出などの最終需要からなる最終需要部門、雇用者所得や営業余剰のような粗付加価値部門の3つの部分から構成されている。そこで、産業連関表の取り引き表を示すと、表1のようになる。

表 1. 産業連関表、取引表

	産業 1	…	産業 j	産業 n	中間需要計	最終需要	生産額
産業 1	$x_{11}$	…	$x_{1j}$	$x_{1n}$	$\sum_{j=1}^{j=n} x_{1j}$	$F_1$	$x_1$

<sup>4</sup> 尾崎・石田 [1970] の論文において、三角化の考え方が紹介され、その後で事例に基づいて三角化が行われている。

<sup>5</sup> W.W. Leontief [1936] の論文の中で産業関連表の考え方が示されている。

...	...	...	...	...	...	...	...
産業 i	$x_{i1}$	...	$x_{ij}$	$x_{in}$	$\sum_{j=1}^{j=n} x_{ij}$	$F_i$	$x_i$
産業 n	$x_{n1}$	...	$x_{nj}$	$x_{nn}$	$\sum_{j=1}^{j=n} x_{nj}$	$F_n$	$x_n$
中間投入計	$\sum_{i=1}^{i=n} x_{i1}$	...	$\sum_{i=1}^{i=n} x_{ij}$	$\sum_{i=1}^{i=n} x_{in}$			
粗付加価値	$V_1$	...	$V_j$	$V_n$			
生産額	$x_1$	...	$x_j$	$x_n$			

産業連関表を縦の列方向に沿ってみる場合、生産物を生産するための原材料や中間財、あるいは労働力（雇用者所得）や資本（営業余剰）などの投入額が示されている。横の行方向に沿ってみる場合生産物の産出先、あるいは販路先を示しており、産業間の取引である中間需要と消費や投資などの最終需要から構成されている。

ここで、生産物の生産額が変化するとき、投入物の投入額がどのように変化するかを調べることにする。そこで、各産業の生産に必要な原材料や中間投入物の額を、各産業の生産額で割ることにする。その結果得られるのが、次の係数である。

$$a_{ij} = x_{ij} / x_j \quad (1)$$

この  $a_{ij}$  は、第  $j$  産業部門において生産物を 1 単位生産するために第  $i$  産業から投入された投入額を示す係数であり、投入係数と呼ばれている。

同様に、労働や資本のような本源的生産要素から構成される粗付加価値を生産額で割ると、粗付加価値率を求めることができる。

$$v_j = V_j / x_j \quad (2)$$

投入係数と付加価値率を用いると、表 2 のような投入係数行列が得られる。  
表 1 に基づくと、各産業の需給均衡式は次のようになる。

表 2. 投入係数行列

	産業 1	産業 2	...	産業 j	産業 n	中間需要計
産業 1	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1j}$	$a_{1n}$	$\sum_{j=1}^n a_{1j}$
産業 2	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2j}$	$a_{2n}$	$\sum_{j=1}^n a_{2j}$
...	...	...	...	...	...	...
産業 i	$a_{i1}$	$a_{i2}$	...	$a_{ij}$	$a_{in}$	$\sum_{j=1}^n a_{ij}$
...	...	...	...	...	...	...
産業 n	$a_{n1}$	$a_{n2}$	...	$a_{nj}$	$a_{nn}$	$\sum_{j=1}^n a_{nj}$
中間投入計	$\sum_{i=1}^n a_{i1}$	$\sum_{i=1}^n a_{i2}$	...	$\sum_{i=1}^n a_{ij}$	$\sum_{i=1}^n a_{in}$	
粗付加価値	$v_1$	$v_2$	...	$v_j$	$v_n$	
生産額	1	1	...	1	1	

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} + f_1 \\
 x_2 &= x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} + f_2 \\
 &\quad \cdots \quad \quad \cdots \\
 x_n &= x_{n1} + x_{n2} + \cdots + x_{nn} + f_n
 \end{aligned} \quad (3)$$

需給均衡式 (3) を投入係数 (1) を用いて置き換えると、

$$\begin{aligned}
x_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + f_1 \\
x_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n + f_2 \\
&\quad \cdots \quad \quad \quad \cdots \\
x_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n + f_n
\end{aligned} \tag{4}$$

となる。これらの式を行列形式で表示すると、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_j \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jj} & \cdots & a_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_j \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdots \\ f_j \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{5}$$

となる。

この式の右辺の第 1 項を左辺に移項すると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1j} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & \cdots & -a_{2j} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{j1} & -a_{j2} & \cdots & 1-a_{jj} & \cdots & -a_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & -a_{ni} & \cdots & 1-a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_j \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdots \\ f_j \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{6}$$

この (6) 式の左辺の第 1 項の行列は「レオンチェフ行列」と呼ばれている。

レオンチェフ行列の第  $j$  産業の列ベクトル  $(-a_{1j}, -a_{2j}, \cdots, 1-a_{jj}, \cdots, -a_{nj})'$  に労働や資本などの本源的生産要素の投入原単位  $v_j$  を加えたベクトル  $(-a_{1j}, -a_{2j}, \cdots, 1-a_{jj}, \cdots, -a_{nj}, -v_j)'$  は、「アクティビティ」と呼ばれる。このアクティビティは、各産業部門の生産方法を示したものである。したがって、アクティビティ

ティは次のような生産関数として定式化できる.

$$x_j = x_j(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}, v_j) \quad (7)$$

レオンテフは、財の代替性を想定しない固定係数型の実産関数を用いた. この生産関数については、通常、次のような3つの仮定が設定されている<sup>6</sup>.

[仮定1] ある生産物を生産するための手段は一つしか存在しない(非代替定理). これにより、各産業のアクティビティは1種類の生産物を生産する.

[仮定2] 生産水準とその投入量は規模に関して一定である.

[仮定3] 外部経済や外部不経済は存在しない. これにより、各産業間における相互干渉がないことになる.

これらの仮定により、各財・サービスの生産に必要な原材料、燃料等の技術的構造を表した投入係数は短期的に安定的になる. ただし、このことは生産技術の代替可能性を否定するものではないことに注意する必要がある. それは、「代替定理」によって保証されている. ここで、代替定理とは、サミュエルソン、クープマンズ、アロー、クラインなどによって取り上げられ、証明された定理である. 代替定理についての説明は、例えば、森嶋[1956]などで行われている.

代替定理により、各産業で生産技術の代替性がないということではなく、むしろ複数ある代替可能な技術の中から、最も効率的な生産ができる技術が選択されていることになる.

レオンチェフ行列からレオンチェフ逆行列を求めると、次のような式が得られる.

<sup>6</sup> この3つの仮定は、井出[2003]、新飯田[1978]、森嶋[1956]を参照.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & 1 - a_{nn} \end{bmatrix}^{(-1)} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

このレオンテフ逆行列が存在するためには、レオンテフ逆行列のすべての首座小行列式が正になることが必要十分条件である。これが、「ホーキンス・サイモンの条件」と呼ばれるものである。このホーキンス・サイモンの条件を確認するために、「ソローの列和条件」を利用することができる。ここで、ソローの列和条件とは、投入係数  $a_{ij}$  の列方向の和が 1 より小さくなるという条件である。

ここでは、とりあえず、ソローの列和条件が満たされ、レオンテフ逆行列が存在するものとする。

レオンテフ逆行列を  $B$  で表すと、

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2j} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{i1} & b_{i2} & \dots & b_{ij} & \dots & b_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nj} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \quad (9)$$

となる。したがって、(8) 式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2j} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{i1} & b_{i2} & \dots & b_{ij} & \dots & b_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nj} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_i \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (10)$$



この(10)式により、各産業の最終需要が与えられると、各産業の生産額が決定されることになる。

以上のように、産業連関表においては、3つの仮定により、線形性が成立している。この線形成の性質を利用することによって、単位構造分析を行うことにする。

### 3. 単位構造分析の一般化

単位構造分析を適用するために、改めて、産業連関表の基本式から見ていくことにする。各産業の生産額は、中間需要と最終需要に分けられる。このうち中間需要は各産業間で行われる財の取引である。

$$X = AX + F \quad (11)$$

となる。ここで、 $X = n$  個の財の生産額の列ベクトル、 $A =$ 投入係数行列、 $F = n$  個の財の最終需要の列ベクトル、である。 $AX$  は中間需要になる。

この式の右辺の  $AX$  を左辺に移項すると、

$$(I - A)X = F \quad (12)$$

となる。この式から、 $(I - A)$  の逆行列を求めると、次のようになる。

$$\begin{aligned} X &= (I - A)^{-1} \cdot F \\ &= B \cdot F \end{aligned} \quad (13)$$

(13) 式を (11) 式に代入すると、

$$X = A \cdot B \cdot F + F \quad (14)$$

となる.

単位構造行列を導出するために, 最終需要 F ベクトルの中のある産業  $j$  だけを 1 単位与え, 他の産業の最終需要はゼロとする. そして, 逆行列  $B$  の  $j$  列の要素を対角要素とするような対角行列を作成する.

$$B^j = \begin{bmatrix} b_{1j} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{2j} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{ij} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & b_{nj} \end{bmatrix}$$

この対角行列  $B^j$  を投入係数行列  $A$  にかけることによって単位構造行列  $U^j$  を得ることができる.

$$U^j = \begin{bmatrix} u_{11}^j & u_{12}^j & \cdots & u_{1j}^j & \cdots & u_{1n}^j \\ u_{21}^j & u_{22}^j & \cdots & u_{2j}^j & \cdots & u_{2n}^j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{i1}^j & u_{i2}^j & \cdots & u_{ij}^j & \cdots & u_{in}^j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{n1}^j & u_{n2}^j & \cdots & u_{nj}^j & \cdots & u_{nn}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{1j} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{2j} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{ij} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & b_{nj} \end{bmatrix} \quad (15)$$

この単位構造行列を得る方法を一般化すると、次のような式になる<sup>7</sup>。

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} u_{11}^1 & u_{12}^1 & \cdots & u_{1j}^1 & \cdots & u_{1n}^1 \\ u_{21}^1 & u_{22}^1 & \cdots & u_{2j}^1 & \cdots & u_{2n}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i1}^1 & u_{i2}^1 & \cdots & u_{ij}^1 & \cdots & u_{in}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1}^1 & u_{n2}^1 & \cdots & u_{nj}^1 & \cdots & u_{nn}^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_1 \\ \vdots \\ f_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{11}^2 & u_{12}^2 & \cdots & u_{1j}^2 & \cdots & u_{1n}^2 \\ u_{21}^2 & u_{22}^2 & \cdots & u_{2j}^2 & \cdots & u_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i1}^2 & u_{i2}^2 & \cdots & u_{ij}^2 & \cdots & u_{in}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1}^2 & u_{n2}^2 & \cdots & u_{nj}^2 & \cdots & u_{nn}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_2 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_2 \\ \vdots \\ f_2 \end{bmatrix} + \cdots \\
 &+ \begin{bmatrix} u_{11}^j & u_{12}^j & \cdots & u_{1j}^j & \cdots & u_{1n}^j \\ u_{21}^j & u_{22}^j & \cdots & u_{2j}^j & \cdots & u_{2n}^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i1}^j & u_{i2}^j & \cdots & u_{ij}^j & \cdots & u_{in}^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1}^j & u_{n2}^j & \cdots & u_{nj}^j & \cdots & u_{nn}^j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_j \\ f_j \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_j \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} u_{11}^n & u_{12}^n & \cdots & u_{1j}^n & \cdots & u_{1n}^n \\ u_{21}^n & u_{22}^n & \cdots & u_{2j}^n & \cdots & u_{2n}^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i1}^n & u_{i2}^n & \cdots & u_{ij}^n & \cdots & u_{in}^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1}^n & u_{n2}^n & \cdots & u_{nj}^n & \cdots & u_{nn}^n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_n \\ f_n \\ \vdots \\ f_n \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_i \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \\
 & \quad (16)
 \end{aligned}$$

もし第  $j$  財の最終需要  $f_j$  だけが与えられ、それ以外の財の最終需要はゼロとすると、単位構造の一般式 (16) から次の式が導き出される。

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_1^j \\ x_2^j \\ \vdots \\ x_i^j \\ \vdots \\ x_n^j \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} u_{11}^j & u_{12}^j & \cdots & u_{1j}^j & \cdots & u_{1n}^j \\ u_{21}^j & u_{22}^j & \cdots & u_{2j}^j & \cdots & u_{2n}^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i1}^j & u_{i2}^j & \cdots & u_{ij}^j & \cdots & u_{in}^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1}^j & u_{n2}^j & \cdots & u_{nj}^j & \cdots & u_{nn}^j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_j \\ f_j \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\
 & \quad (17)
 \end{aligned}$$

ここで、 $(x_1^j, x_2^j, \cdots, x_i^j, \cdots, x_n^j)'$  は、第  $j$  財だけの最終需要  $f_j$  が与えられ

<sup>7</sup> 単位構造の一般化は、藤岡 [2019] を参照。

た時の各財の生産額になる。したがって、最終需要が  $f_1$  から  $f_n$  までが与えられた時のそれぞれの生産額を合計すると、全体の生産額になる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \\ \dots \\ x_i^1 \\ \dots \\ x_n^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \\ \dots \\ x_i^2 \\ \dots \\ x_n^2 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} x_1^j \\ x_2^j \\ \dots \\ x_i^j \\ \dots \\ x_n^j \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} x_1^n \\ x_2^n \\ \dots \\ x_i^n \\ \dots \\ x_n^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_i \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

となる。ここで、

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_i \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ f_2 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ f_i \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

という関係がある。

(16) 式の最終需要が  $f_j$  で与えられた時の中間需要の係数行列  $U^j$  が第  $j$  財の単位構造行列である。

$$U^j = \begin{bmatrix} u_{11}^j & u_{12}^j & \dots & u_{1j}^j & \dots & u_{1n}^j \\ u_{21}^j & u_{22}^j & \dots & u_{2j}^j & \dots & u_{2n}^j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i1}^j & u_{i2}^j & \dots & u_{ij}^j & \dots & u_{in}^j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{n1}^j & u_{n2}^j & \dots & u_{nj}^j & \dots & u_{nn}^j \end{bmatrix} \quad (20)$$

この単位構造行列  $U^j$  は、ある特定の第  $j$  財の最終需要が 1 あるいは  $f_j$  だけ与えられた時の連関構造である。通常の産業連関表は、あらゆる財の最終需要が与えられた時の、産業間の連関構造を表しているので連関構造が複雑になっており、その性質を調べることは困難である。それに比較して、単位構造行列は、特定の第  $j$  財の最終需要が 1 単位だけ与えられた時の産業間の連関構造であるから、連関構造の性質が単純化されている。そこで、単位構造行列は、特定の第  $j$  財を生産するための連関構造を示しているという仮定を設定し、その連関構造の性質を調べてみることにする。

## 4 特定産業の産業連関構造

単位構造行列は、特定の第  $j$  財を生産するための産業連関構造を示しているという仮定を設け、代表的な取引関係を取り上げ、その取引関係が存在する場合の単位構造行列の性質を調べてみることにする。

連関構造の代表として、川上部門、川中部門、川下部門という一連の系列の連関構造が存在しているケースを取り上げることにする。

仮説例として、ティッシュペーパー一箱を生産する産業の連関構造を想定する。それを示したのが表 3<sup>8</sup> である。表 3 では、林業、木材加工業、製紙業の 3 つの産

表 3. 仮説例の取引基本表 (単位 円)

	林業	木材加工業	製紙業	最終需要	生産額
林業	0	50	0	0	50
木材加工業	0	0	200	0	200

<sup>8</sup> ここでの説明は山口県が発表している産業連関表の解説に基づいている。  
平成 23 年 (2011 年) 山口県産業連関表  
(<http://www.pref.yamaguchi.lg.jp/cms/a12500/sangyorenkan/index.html>) また、  
入谷 [2019] において山口県の産業関連の説明が行われている。

製紙業	0	0	0	500	500
粗付加価値	50	150	300		
生産額	50	200	500		

業が存在するものと想定している。3つの産業は、林業が原料としての木材を生産する川上産業、木材加工業が原料を加工して中間財を生産する川中産業、製紙業が最終消費財を生産する川下産業とみなせる。

この3つの産業間で次のような取引が行われているものとする。

- ① 林業は中間投入なしで付加価値としての労働によって木材を生産し、木材加工業へ木材を原材料として50円で販売する。
- ② 木材加工業は、50円で仕入れた原材料を150円の付加価値を上乗せして木材加工して、200円で製紙業へ販売する。
- ③ 製紙業は、200円で仕入れた加工材を300円の付加価値を上乗せして、500円でティッシュペーパーとして消費者に販売する。

この仮説例の取引基本表から投入係数表を作成してみる。ここで、「投入係数」とは、生産額を1とした場合の原材料などの投入量の構成比を表したものである。この投入係数を各産業ごとに算出し、行列形式で表したものが表4の「投入係数

表 4. 仮説例の投入係数行列

	林業	木材加工業	製紙業	中間需要計
林業	0	0.25	0	0.25
木材加工業	0	0	0.4	0.4
製紙業	0	0	0	0
中間投入計	0	0.25	0.4	

表」である。この投入係数表を見てみると、いくつかの特徴が見いだせる。

- 1) 林業を縦に見た中間投入はすべてゼロになっている。したがって、林業の中間投入計はゼロである。それに対し、林業を横に見た中間需要計は一定程度 (0.25) ある。
- 2) 製紙業を縦に見た中間投入はある程度ある (0.4) が、横に見た中間需要はすべてゼロになっている。したがって、製紙業の中間需要計はゼロである。
- 3) 木材加工業は中間投入 (0.25) も中間需要 (0.4) もある程度ある。したがって、中間投入計も中間需要計もプラスになっている。

この仮説例の投入係数表 4 から、各産業についての中間投入計と中間需要計を求めてみると表 5 のようになる。この表 5 に基づいて、横軸に中間投入計を取り、

表 5. 仮説例の中間投入計・中間需要計

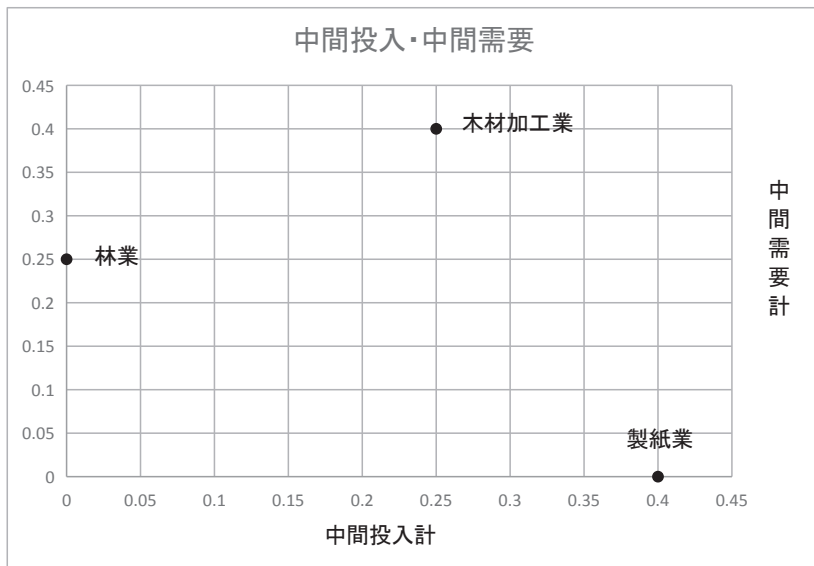
	中間投入計	中間需要計
林業	0	0.25
木材加工業	0.25	0.4
製紙業	0.4	0

縦軸に中間需要計を取るような散布図を描くことにする。それが、図 1 の仮説例の散布図である。

この図 1 において、林業は縦軸の 0.25 の高さに位置し、木材加工業は横軸は 0.25 の長さ、縦軸は 0.4 の高さに対応するところに位置し、製紙業は横軸の 0.4 の長さのところに位置している。

この散布図の中での位置関係は、川上部門、川中部門、川下部門のそれぞれの部門の位置に対応している。川上部門は、原材料の生産が中心なので、中間投入は少なく中間需要はあるが川中部門と同じか少なくなる。したがって、縦軸に近い場所に位置する可能性が高くなる。川中部門は、原材料をいくつか組み合わせて加工するので川上部門より中間投入と中間需要は大きくなる可能性が高い。し

図 1. 仮説例の散布図



たがって、散布図の真ん中の上の領域になる。川下部門は、川上部門や川中部門から購入した原材料や中間財を投入するので中間投入は大きくなるが、最終需要に対応するかどうかで、中間需要が大きくなるかどうか変わってくる。消費財産業のように消費者の最終需要に応えるような産業については、中間需要は少なくなる。反対に、中間財生産が多い産業では最終需要よりも中間需要に応えるため中間需要の額が多くなる。仮説例のティッシュペーパーを生産する産業は最終需要に応じて生産しているので、中間需要はゼロになっている。したがって、製紙業の位置は横軸の上に来ることになった。

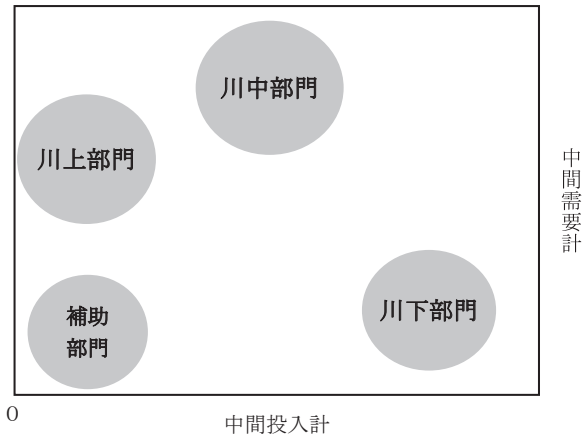
仮説例は、最終需要が与えられた時の川上部門、川中部門、川下部門の系列的な取引を示したものであった。この仮説例は、あくまでティッシュペーパーを一箱生産するという特定の生産活動を示したものである。しかし、もしこの仮説例が示した系列的な生産活動が、他の生産活動においても存在しているものと仮定



すると、横軸に中間投入計を取り、縦軸に中間需要計を取る散布図によって、ある特定産業についての生産系列を明らかにすることができる可能性がある。

そこで、仮説例よりもより一般的な状況を想定することにする。横軸に中間投入計を取り、縦軸に中間需要計を取り、川上部門、川中部門、川下部門の位置を探すと、図2のような領域になる可能性がある。図2のような領域に位置する場

図2. 系列タイプ1の散布図



合、系列タイプ1とする。

系列タイプ1では、川上部門は原材料を供給するので、中間投入は少なくなり、中間需要はある程度存在する。そのため、中間投入が少ないことから縦軸に近いところに位置し、中間需要があるため一定の高さの領域に位置することになる。川中部門は、中間投入と中間需要が一定程度あることから真ん中の上の領域に位置する。川下部門は、中間投入が多いが、最終需要に応える産業の場合は中間需要が少なくなるので、横軸に近い領域に位置する。それに対し、最終需要ではなく中間需要に応えるような産業の場合、中間需要がある程度多くなるので横軸から離れた領域に位置することになる。この系列タイプ1は、代表的な系列の散布図とみなすことができる。

ここで、産業分類の特性を考慮した調整を考慮する必要がある。産業分類の大分類の場合、川上部門と川中部門が同じ産業に所属することになる可能性がある。その場合、川上部門と川中部門が一緒になり、川中部門の大きさがより大きくなる。それに対し、川下部門については、川中部門とは統合されない場合図 3 の系列タイプ 2 になる。反対に、川下部門についても川中部門と統合される場合、図 4 のような系列タイプ 3 になる。このタイプの場合、川下部門と川中部門が統合

図 3. 系列タイプ 2 の散布図

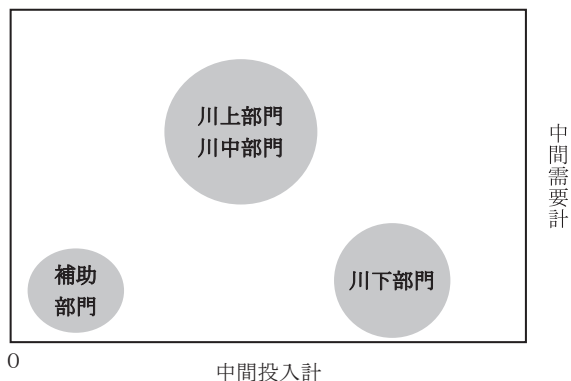
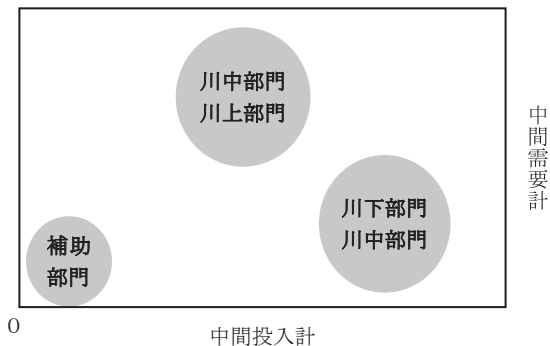
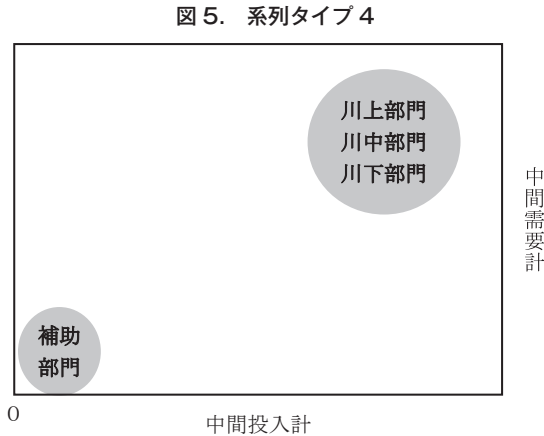


図 4. 系列タイプ 3 の散布図



されるので、横軸から離れた領域に位置することになる。

産業の大分類の場合、川上部門、川中部門、川下部門が同一領域になる可能性がある。その場合、3つの部門が統合された産業の領域が極めて大きくなる。そのことを示したのが、タイプ4の図5である。



なお、産業活動には、主要な生産活動だけでなく、対事業所サービスや商業、金融・保険、情報通信、など副次的生産活動、さらに補助的生産活動も利用している。しかし、副次的生産活動が主生産活動と同程度に重要である場合別の事業として扱うべきであるとされているので、副次的生産活動については無視することにする。補助的生産活動は、その役割が相対的に小さいので、原点に近い領域に位置する。したがって、ある特定産業の最終需要が与えられた時の系列関係の産業とは異なる補助部門<sup>9</sup>は原点に近い領域に位置することになる。

<sup>9</sup> 「補助部門」という用語は、実戸 [2010] の 99 ページに基づく。

## 5. 全国表 13 部門における単位構造分析

日本の産業連関表の全国表に基づいて単位構造分析を適用してみる。今回は、単位構造分析の意義を確認するため、部門数の少ない産業連関表を用いることにする。そこで、平成 23 年 (2011 年) 産業連関表の取引基本表 (生産者価格評価表) (13 部門分類)<sup>10</sup> に基づくことにする。

表 6. 平成 23 年産業連

	01	02	03	04	05
	農林水産業	鉱業	製造業	建設	電力・ガス・水道
01 農林水産業	1456611	75	7793613	56940	0
02 鉱業	185	1467	16857977	326076	6905061
03 製造業	2644966	67499	128796467	14427283	2267566
04 建設	70559	6089	1340627	74068	1179541
05 電力・ガス・水道	129027	29518	5433465	279219	2867130
06 商業	659194	19228	16319996	3707597	398909
07 金融・保険	70578	26912	1667186	705539	415849
08 不動産	25452	7520	589990	243659	175158
09 運輸・郵便	621420	194884	7634204	2238935	901224
10 情報通信	40877	7791	1896955	473694	451138
11 公務	0	0	0	0	0
12 サービス	317219	53084	18174564	5485985	3124101
13 分類不明	161503	5797	832601	783322	109763

<sup>10</sup> 産業連関表のデータは、基本的に、日本政府の「統計で見る日本」e-Stat 中のデータに基づいている。

表 6 (平成 23 年産業連関表 生産者価格評価表) は、13 部門から構成される産業の連関構造を示している。この表から、投入係数行列を作成したものが、表 7 である。さらに、投入係数行列から逆行列表  $(I-A)^{-1}$  を導出する<sup>11</sup>。それが表 8 である。この逆行列表から特定産業の縦の列ベクトルを取り出し、それから対角行列を作成する。その対角行列を係数行列にかけることによってその特定産業の単位構造行列を得ることができる。なお、この逆行列表は、輸入の扱いを内生化していない閉鎖型の逆行列である。もし輸入を内生化し、 $(1-(1-M)A)^{-1}$  の逆行

関表 生産者価格評価表

06	07	08	09	10	11	12	13
商業	金融・保険	不動産	運輸・郵便	情報通信	公務	サービス	分類不明
8759	0	176	2137	0	1760	1360935	0
0	0	0	114	0	288	1153	455
3078079	990737	195671	7050143	2300817	2621807	28693206	454846
644813	188422	3155658	686950	322764	810258	1293478	0
2104783	180997	420750	676682	399010	538470	4649129	64923
1925850	216723	113882	1325358	674557	507162	9410434	76141
1595778	2012259	5383055	995808	219677	1629212	1858021	24138
3217378	631478	1561970	1016734	1214661	61246	2961078	195260
5274310	1087032	175934	5126066	1166073	1358991	4930376	397540
3758528	1901761	287010	542574	7022394	1045584	7819100	212206
0	0	0	0	0	0	0	1136566
7262084	3640919	2168719	6185168	8276338	3864610	21267108	449453
672799	126273	344572	373710	303169	33894	1279852	0

<sup>11</sup> 表 7 の係数行列から、表 8 の逆行列を導出するにあたり Excel を用いて計算した。なお、政府統計の産業連関表の「平成 23 年 (2011 年) 産業連関表 (確報)」には 13 部門の逆行列係数表の  $(I-A)^{-1}$  タイプのデータは存在していない。

表 7. 投入係

	1	2	3	4	5	6
	農林水産業	鉱業	製造業	建設	電力・ガス・水道	商業
1 サービス	0.121022	0.000099	0.026883	0.001084	0	0.000094
2 運輸・郵便	0.000015	0.00193	0.05815	0.006209	0.268109	0
3 金融・保険	0.219755	0.088817	0.444272	0.27473	0.088045	0.032866
4 建設	0.005862	0.008012	0.004624	0.00141	0.045799	0.006885
5 公務	0.01072	0.038841	0.018742	0.005317	0.111325	0.022474
6 鉱業	0.054769	0.025301	0.056294	0.070601	0.015489	0.020563
7 商業	0.005864	0.035411	0.005751	0.013435	0.016147	0.017039
8 情報通信	0.002115	0.009895	0.002035	0.00464	0.006801	0.034353
9 製造業	0.05163	0.256433	0.026334	0.042635	0.034993	0.056316
10 電力・ガス・水道	0.003396	0.010252	0.006543	0.00902	0.017517	0.040131
11 農林水産業	0	0	0	0	0	0
12 不動産	0.026356	0.069849	0.062692	0.104466	0.121302	0.07754
13 分類不明	0.013418	0.007628	0.002872	0.014916	0.004262	0.007184

表 8. 逆行列係

	01	02	03	04	05	06
	農林水産業	鉱業	製造業	建設	電力・ガス・水道	商業
01 農林水産業	1.15523	0.011612	0.0612148	0.0214262	0.014109	0.00546284
02 鉱業	0.0414288	1.0389	0.129713	0.0505573	0.335349	0.01812
03 製造業	0.546042	0.332561	1.95462	0.61203	0.396441	0.142919
04 建設	0.0152533	0.0209136	0.0181648	1.01108	0.0642064	0.0142708
05 電力・ガス・水道	0.0353655	0.0649748	0.058506	0.0320348	1.1609	0.0361189

## 数行列 13 部門

7	8	9	10	11	12	13
金融・保険	不動産	運輸・郵便	情報通信	公務	サービス	分類不明
0	0.000002	0.000044	0	0.000045	0.006104	0
0	0	0.000002	0	0.000007	0.000005	0.000091
0.03087	0.002749	0.146165	0.049844	0.066535	0.128693	0.090783
0.005871	0.044329	0.014242	0.006992	0.020562	0.005801	0
0.00564	0.00591	0.014029	0.008644	0.013665	0.020852	0.012958
0.006753	0.0016	0.027478	0.014613	0.01287	0.042207	0.015197
0.062699	0.075618	0.020645	0.004759	0.041345	0.008333	0.004818
0.019676	0.021942	0.021079	0.026314	0.001554	0.013281	0.038972
0.03387	0.002471	0.106275	0.025261	0.034488	0.022113	0.079345
0.059256	0.004032	0.011249	0.152131	0.026534	0.03507	0.042354
0	0	0	0	0	0	0.226847
0.113446	0.030465	0.128232	0.179296	0.098074	0.095386	0.089706
0.003934	0.00484	0.007748	0.006568	0.00086	0.00574	0

数  $(1-A)^{-1}$ 

07	08	09	10	11	12	13
金融・保険	不動産	運輸・郵便	情報通信	公務	サービス	分類不明
0.0055826	0.00235579	0.0137709	0.00842567	0.00753997	0.0180386	0.010721
0.013008	0.00693918	0.0330392	0.0195175	0.0196272	0.0295981	0.0273799
0.14103	0.0602237	0.396464	0.211698	0.207122	0.3235	0.304241
0.0119635	0.0478269	0.024179	0.0155257	0.0262029	0.0134131	0.0143447
0.0175523	0.0116586	0.0364257	0.0263715	0.0275038	0.0396817	0.035254

06 商業	0.107708	0.0674099	0.134187	0.123955	0.0729657	1.04127
07 金融・保険	0.0199438	0.0553336	0.0271571	0.0291456	0.046147	0.0284432
08 不動産	0.0139758	0.0263258	0.0179561	0.0185721	0.0254404	0.0437278
09 運輸・郵便	0.109956	0.325484	0.118103	0.100408	0.173084	0.0848069
10 情報通信	0.0242249	0.0366453	0.0370499	0.0359137	0.0527452	0.0611512
11 公務	0.00461996	0.00323767	0.00258626	0.00475222	0.00313955	0.00241457
12 サービス	0.116315	0.183503	0.19821	0.206849	0.266462	0.137707
13 分類不明	0.020366	0.0142725	0.0114009	0.020949	0.0138399	0.0106441

表 9. 農林水産

U <sup>1</sup>	1 農林水産業	2 鉱業	3 製造業	4 建設	5 電力・ガス・水道	6 商業
1 農林水産業	0.139808245	4.10145E-06	0.014679247	1.65346E-05	0	1.01246E-05
2 鉱業	1.73285E-05	7.99576E-05	0.031752342	9.47077E-05	0.009481809	0
3 製造業	0.253867569	0.003679582	0.242591171	0.004190539	0.003113755	0.003539931
4 建設	0.006771958	0.000331928	0.002524898	2.15072E-05	0.001619705	0.00074157
5 電力・ガス・水道	0.012384066	0.001609136	0.010233919	8.11018E-05	0.003937064	0.00242063
6 商業	0.063270792	0.00104819	0.030738888	0.001076898	0.000547776	0.0022148
7 金融・保険	0.006774269	0.001467035	0.003140288	0.000204928	0.000571047	0.001835237
8 不動産	0.002443311	0.000409938	0.001111195	7.07753E-05	0.000240521	0.003700093
9 運輸・郵便	0.059644525	0.010623711	0.01437947	0.000650324	0.001237545	0.006065684
10 情報通信	0.003923161	0.000424728	0.003572753	0.000137585	0.000619497	0.00432243
11 公務	0	0	0	0	0	0
12 サービス	0.030447242	0.00289376	0.034232465	0.001593451	0.004289906	0.008351678
13 分類不明	0.015500876	0.000316019	0.001568233	0.000227518	0.000150728	0.000773774
中間投入計	0.594853342	0.022888086	0.39052487	0.008365871	0.025809353	0.03397595



0.0282042	0.0132904	0.0698792	0.0465582	0.0381308	0.0751783	0.0525219
1.07513	0.0857584	0.0366236	0.0169286	0.0516358	0.019475	0.0291061
0.0296018	1.02708	0.0342139	0.0406493	0.00991407	0.0234859	0.0515889
0.0597032	0.0163092	1.15716	0.0596525	0.0632044	0.0583437	0.129119
0.0870175	0.0161091	0.0358788	1.19853	0.047186	0.0585929	0.075596
0.00169547	0.00159463	0.00303633	0.00266235	1.00101	0.00227791	0.228017
0.179555	0.0647226	0.222639	0.276694	0.16016	1.16835	0.197468
0.00747408	0.00702955	0.0133849	0.0117363	0.00445867	0.0100416	1.00516

## 業の単位構造行列

7	8	9	10	11	12	13	
金融・保険	不動産	運輸・郵便	情報通信	公務	サービス	分類不明	中間需要計
0	2.80E-08	4.83806E-06	0	2.08E-07	0.000709987	0	0.155233313
0	0	2.20E-07	0	3.23E-08	5.82E-07	1.85331E-06	0.041428832
0.000615665	3.84195E-05	0.016071719	0.001207466	0.000307389	0.014968926	0.001848887	0.546041019
0.00011709	0.000619533	0.001565993	0.000169381	9.49956E-05	0.000674743	0	0.015253301
0.000112483	8.2597E-05	0.001542573	0.0002094	6.31318E-05	0.0024254	0.000263903	0.035365404
0.00013468	2.23613E-05	0.003021371	0.000353998	5.94589E-05	0.004909307	0.000309502	0.107708024
0.001250456	0.001056822	0.002270042	0.000115286	0.000191012	0.000969253	9.81234E-05	0.019943798
0.000392414	0.000306657	0.002317763	0.000637454	7.17942E-06	0.00154478	0.000793704	0.013975784
0.000675497	3.45342E-05	0.011685574	0.000611945	0.000159333	0.002572074	0.00161594	0.109956156
0.00118179	5.63504E-05	0.001236895	0.003685358	0.000122586	0.004079167	0.000862582	0.024224882
0	0	0	0	0	0	0.004619966	0.004619966
0.002262544	0.000425773	0.014099878	0.004343428	0.000453098	0.011094823	0.001826952	0.116314998
7.84589E-05	6.76429E-05	0.000851939	0.000159109	3.97317E-06	0.000667648	0	0.020365919
0.006821079	0.002710718	0.054668804	0.011492826	0.001462398	0.044616689	0.012241412	1.210431397

表 10. 農林水産業の単位構造係数の中間投入計と中間需要計

U1	中間投入計	中間需要計
1 農林水産業	0.594853342	0.155233313
2 鉱業	0.022888086	0.041428832
3 製造業	0.39052487	0.546041019
4 建設	0.008365871	0.015253301
5 電力・ガス・水道	0.025809353	0.035365404
6 商業	0.03397595	0.107708024
7 金融・保険	0.006821079	0.019943798
8 不動産	0.002710718	0.013975784
9 運輸・郵便	0.054668804	0.109956156
10 情報通信	0.011492826	0.024224882
11 公務	0.001462398	0.004619966
12 サービス	0.044616689	0.116314998
13 分類不明	0.012241412	0.020365919

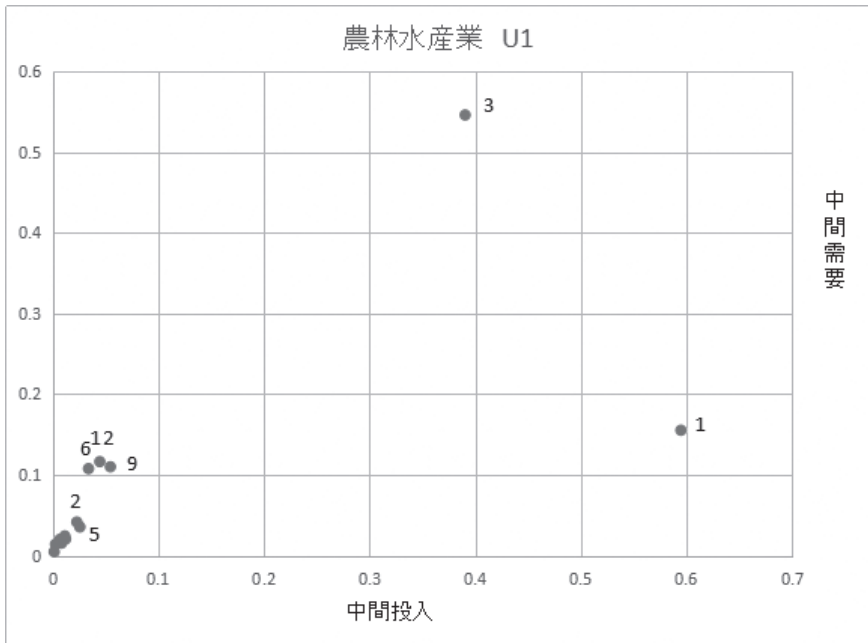
列を用いる場合は、開放型の逆行列になる。今回は、閉鎖型の逆行列を用いることにする。

初めに、農林水産業についての単位構造行列を作成すると、表 9 の単位構造行列になる。この行列から、中間投入計と中間需要計を計算すると、表 10 のようになる。

この表に基づいて横軸に中間投入計、縦軸に中間需要計を取り、農林水産業の散布図を求めると、図 6 のようになる。この図 6 において農林水産業が川下部門になり、製造業が川中産業になる。しかし、川上部門に相当する産業を決定することは困難である。他の 11 産業は補助部門とみなすのが妥当であろう。

農林水産業は中間需要計がある程度あるため横軸から離れている。そこで、その内訳を調べてみると、中間需要計が 0.155 という値であるのに対し、農林水産業の中間投入係数は 0.1398 であることから、農林漁業の中間需要の大部分 (90%)

図 6. 農林水産業の単位構造の図



は農林水産業によって購入されていることになる。したがって、農林水産業は、原材料あるいは中間財を農林水産業自身から購入していたものと判断できる。

以下、同様に各産業の単位構造行列を計算し、その行列に基づいて中間投入計と中間需要計を求めてみることにする。その中間投入計と中間需要計によって散布図を描くと図 7 の鉱業から始まり、図 18 の分類不明までの図が得られる。これらの図を川下部門の産業の位置に基づいて分類してみる。

第 1 グループは、図 2 あるいは図 3 のように川下部門が横軸の中間投入計に近い領域に位置するケース 1 である。図 7 の鉱業、図 9 の建設、図 16 の公務、図 18 の分類不明の 4 産業が対応する。これらの産業は川下部門の中間投入計は大きい、中間需要計は少ないという特徴を持っている。しかし、これら 4 つの産業

図 7. 鉱業

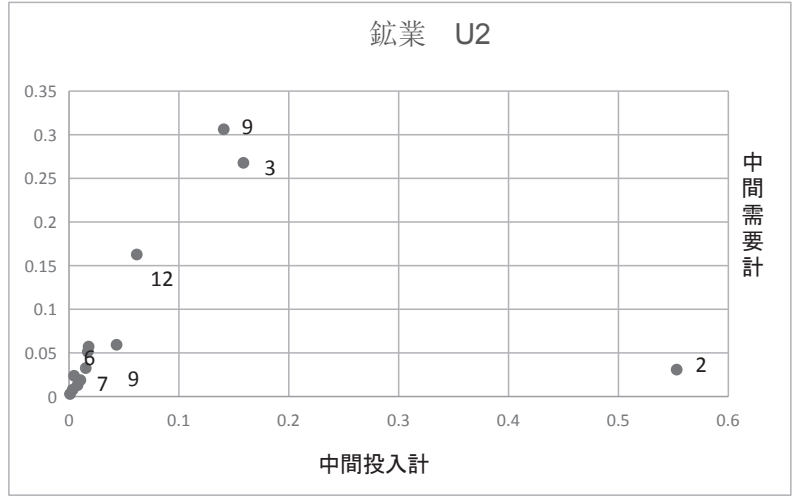


図 8. 製造業

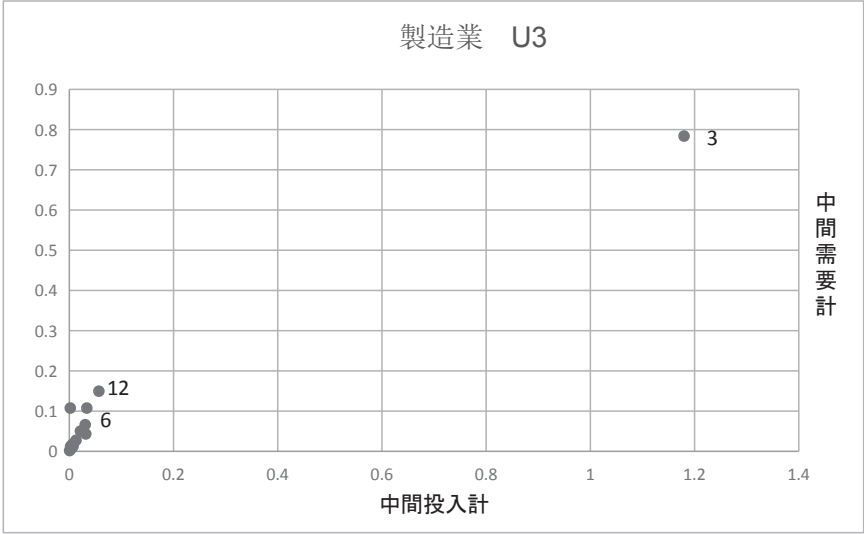


図 9. 建設

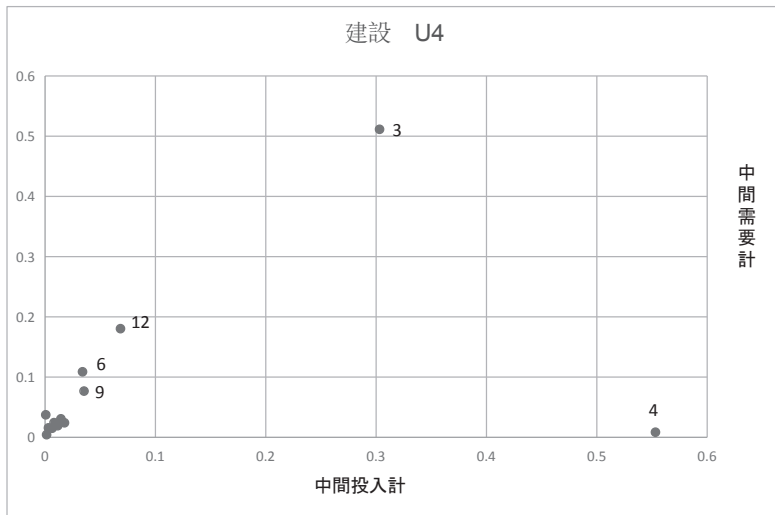


図 10. 電力・ガス・水道

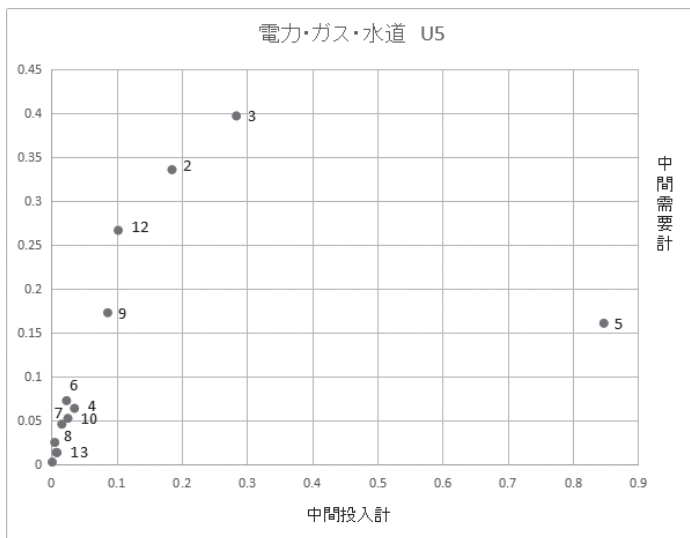


図 11. 商業

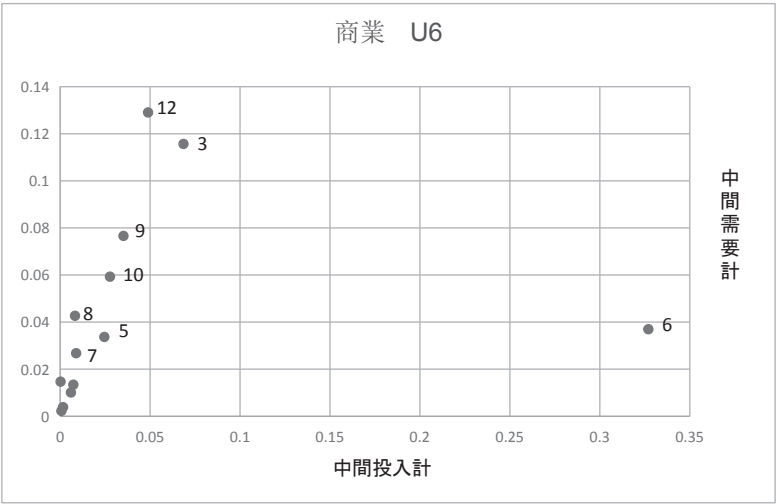


図 12. 金融・保険

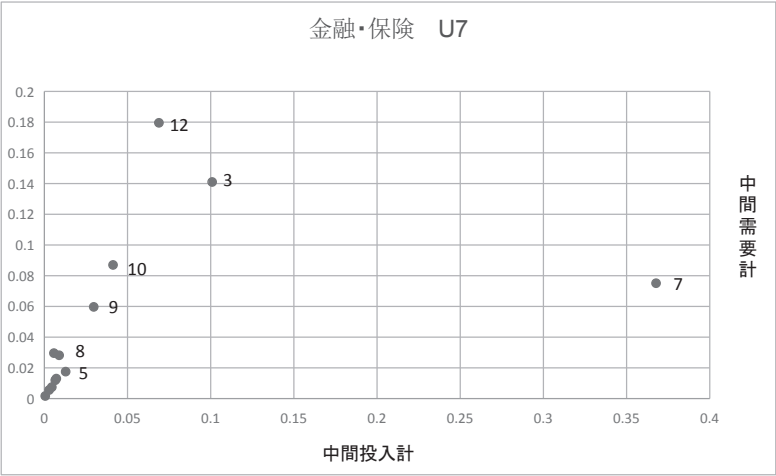


図 13. 不動産

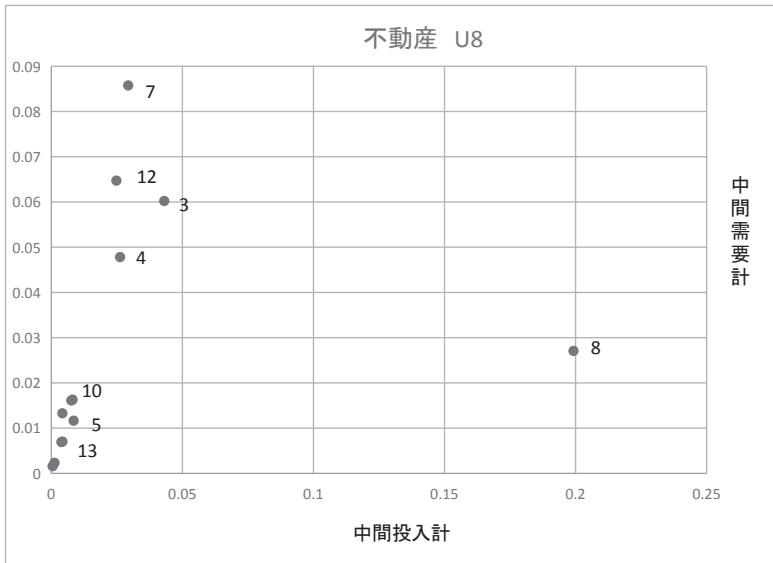


図 14. 運輸・郵便

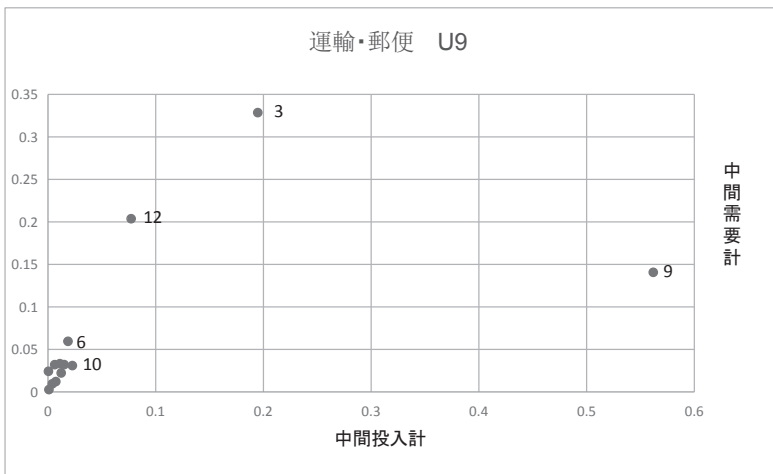


図 15. 情報通信

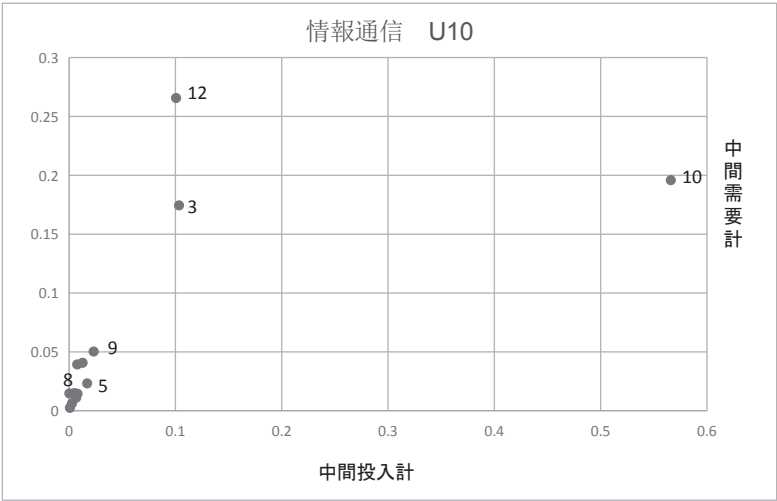


図 16. 公務

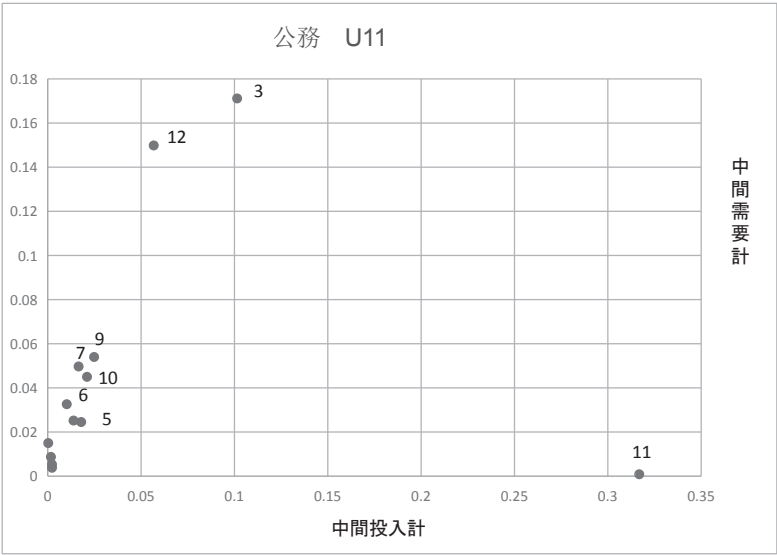




図 17. サービス

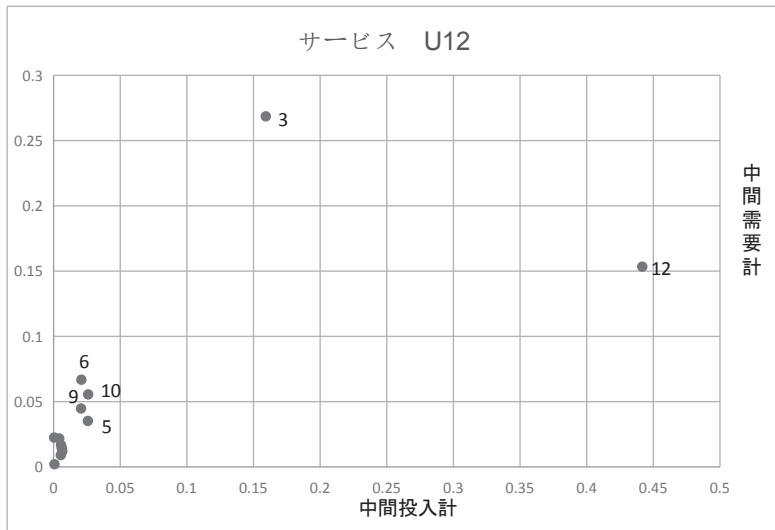
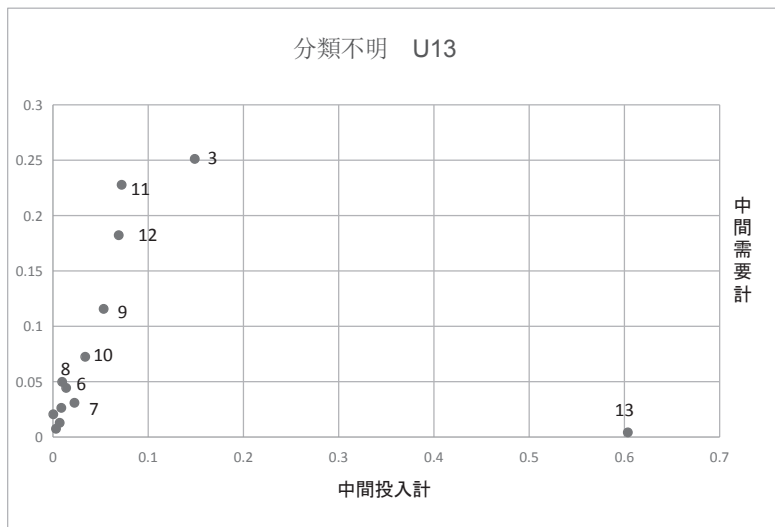


図 18. 分類不明



において川上部門として明確に確定できる産業は確認できないので、川上部門は川中部門と共同になっているとみなせる。したがって、図 2 ではなく、図 3 の系列タイプ 2 の方が適切である。

第 2 グループは、川下部門の中間投入計が大きく、中間需要計もある程度大きい領域に位置しているグループである。このグループに分類できるのは、図 6 の農林水産業、図 10 の電力・ガス・水道、図 11 の商業、図 12 の金融・保険、図 13 の不動産、図 14 の運輸・郵便、図 15 の情報通信、図 17 のサービスの 8 個のグループである。このグループは、川中部門に所属するのは、製造業とサービスが中心で、それ以外に図 10 の電力・ガス・水道の鉱業、図 13 の不動産の金融・保険、図 18 の分類不明の公務が川中部門に含まれている。

第 3 グループは、川上部門、川中部門、川下部門が同じ領域になっている系列タイプ 4 である。このグループに属するのは、図 8 の製造業である。このグループでは、川上部門、川中部門、川下部門が 1 つの領域になっているので、このグループの中間投入計、中間需要計が大きくなっている。

このように単位構造行列を調べてみると、産業別に川上部門、川中部門、川下部門の領域にそれぞれの産業が位置していることが分かる。

また、補助部門については、全ての産業について存在していることが確認できる。

## 6. 輸入の内生化

産業連関の均衡式の (2) 式の最終需要  $F$  の内訳は、

$$F = F^d + E - M \quad (21)$$

である。ここで、 $F^d$  = 国内最終需要、 $E$  = 輸出、 $M$  = 輸入、である。

この (12) 式において、国内最終需要、輸出、輸入は外生的とみなして最終需要を決定している。そして、逆行列係数  $(1-A)^{-1}$  に最終需要をかけて生産額を求めた。このような計算方法は、閉鎖経済モデルといわれる。しかし、輸入を外生

変数として扱うのは問題がある。例えば、原油のようなエネルギーや食料品などを海外に依存している場合、国内生産が増加すれば輸入も増加する可能性が高いからである。もし輸入が外生変数ではなく、内生変数とみなす場合は、競争輸入型と非競争輸入型の2種類の産業連関表がある。しかし、非競争輸入型の産業連関表はあまり作られておらず、競争輸入型の産業連関表が中心である。そこで、競争輸入型の産業連関表を用いることにする。

競争輸入型産業連関表の場合、産業  $i$  の輸入係数  $m_i$  を次のように定義する。

$$m_i = M_i / \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + f_i^d \right) \quad (22)$$

したがって、

$$\begin{aligned} X &= AX + F^d + E - M \\ &= AX + F^d + E - \hat{M}(AX + F^d) \\ &= (I - \hat{M})AX + (I - \hat{M})F^d + E \end{aligned} \quad (23)$$

である。

ここで、

$$I - \hat{M} = \begin{bmatrix} 1-m_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1-m_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1-m_i & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1-m_n \end{bmatrix}$$

である。

輸入を内生化した競争輸入型の生産額は、次のようになる。

$$X=\{I-(I-\hat{M})A\}^{-1}\{(I-\hat{M})F^d+E\} \tag{24}$$

輸入内生化の逆行列を  $B^m$  と表すと,

$$B^m=\{I-(I-\hat{M})A\}^{-1}$$

となる<sup>12</sup>. 行列表示では,

$$B^m=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{ij} & \cdots & b_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nj} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \tag{25}$$

表 11. 農林水産業

	1	2	3	4	5	6
Uml	農林水産業	鉱業	製造業	建設	電力・ガス・水道	商業
1 農林水産業	0.135589297	8.65E-08	0.009942409	1.37462E-05	0	8.56378E-06
2 鉱業	1.68055E-05	1.68682E-06	0.021506196	7.87363E-05	0.007454235	0
3 製造業	0.24620669	7.76261E-05	0.164309556	0.003483851	0.002447915	0.002994224
4 建設	0.006567603	7.00249E-06	0.00171014	1.78802E-05	0.00127335	0.000627251
5 電力・ガス・水道	0.012010356	3.3947E-05	0.006931541	6.74249E-05	0.003095169	0.002047471
6 商業	0.06136149	2.21131E-05	0.020819773	0.000895291	0.000430641	0.001873372

<sup>12</sup>  $\{1-(1-M)A\}(-1)$  タイプの逆行列は, 「統計で見る日本」 e-Stat の中の産業連関表のデータベースから入手した.

となる。

逆行列  $B^m$  の第  $j$  財の列ベクトル  $(b_{1j}, b_{2j}, \dots, b_{ij}, \dots, b_{nj})'$  の各要素を対角要素とする対角行列を作成し、それを係数行列  $A$  にかけて、第  $j$  財の単位構造行列を求めることにする。それが次の単位構造行列  $U^{mj}$  である。

$$U^{mj} = \begin{bmatrix} u_{11}^i & \cdots & u_{1j}^i & \cdots & u_{1n}^i \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{i1}^i & \cdots & u_{ij}^i & \cdots & u_{in}^i \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{n1}^i & \cdots & u_{nj}^i & \cdots & u_{nn}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{1j} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & b_{ij} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & b_{nj} \end{bmatrix} \quad (26)$$

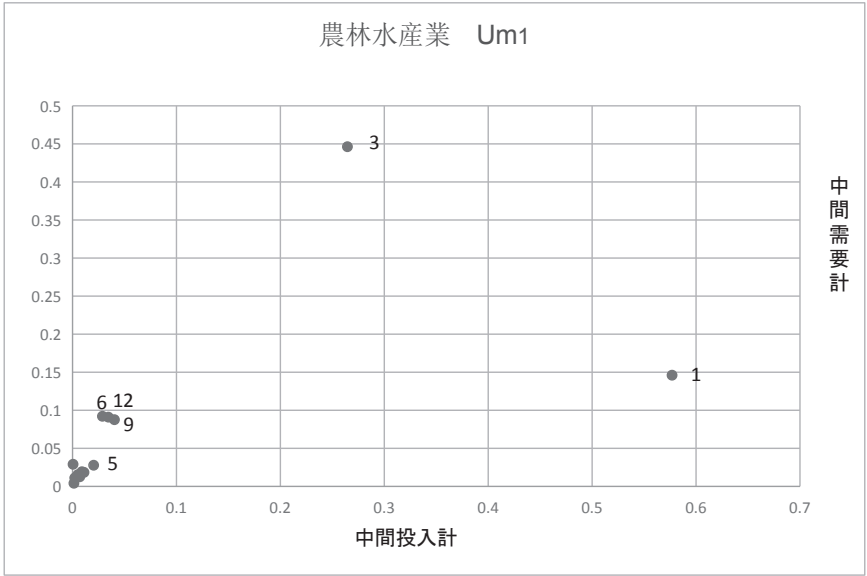
輸入を内生化した開放型逆行列係数に基づく単位構造行列の性質を調べるために、農林水産業の単位構造行列を求めてみる。それが、表 11 である。この単位構造行列に基づいて中間投入計と中間需要計の散布図を描くと、図 19、農林水産

## の単位構造行列 $U^{m1}$

7	8	9	10	11	12	13
金融・保険	不動産	運輸・郵便	情報通信	公務	サービス	分類不明
0	2.23E-08	3.56651E-06	0	1.87E-07	0.000548481	0
0	0	1.62E-07	0	2.91E-08	4.49E-07	1.66576E-06
0.000463729	3.07036E-05	0.011847696	0.000945291	0.000276253	0.011563838	0.001661783
8.81942E-05	0.000495111	0.001154414	0.000132603	8.53734E-05	0.000521255	0
8.47241E-05	6.60088E-05	0.001137149	0.000163933	5.67371E-05	0.001873677	0.000237196
0.000101444	1.78704E-05	0.002227284	0.000277136	5.34362E-05	0.003792552	0.000278181

7	金融・保険	0.006569844	3.09492E-05	0.00212695	0.000170369	0.000448935	0.001552321
8	不動産	0.00236958	8.64823E-06	0.000752624	5.88398E-05	0.000189088	0.003129696
9	運輸・郵便	0.057844651	0.000224122	0.009739367	0.000540654	0.00097291	0.005130613
10	情報通信	0.003804773	8.96025E-06	0.002419863	0.000114383	0.000487025	0.003656095
11	公務	0	0	0	0	0	0
12	サービス	0.029528445	6.1048E-05	0.023186009	0.001324733	0.00337256	0.007064204
13	分類不明	0.015033111	6.66687E-06	0.00106218	0.00018915	0.000118496	0.000654491

図 19. 農林水産業



業となる。

図 6 と図 19 を比較してみると、散布図の構造は基本的に同じであるが、図 19 の方が中間投入計と中間需要計とも小さくなっている。これは、輸入が内生化さ

0.000941864	0.000844577	0.001673422	9.02544E-05	0.000171664	0.00074877	8.81935E-05
0.000295573	0.00024507	0.001708601	0.000499045	6.45221E-06	0.001193378	0.000713382
0.000508795	2.75986E-05	0.008614333	0.000479075	0.000143194	0.001986986	0.00145241
0.000890144	4.50334E-05	0.00091181	0.002885164	0.000110169	0.00315125	0.00077529
0	0	0	0	0	0	0.004152434
0.001704186	0.000340264	0.010394101	0.003400349	0.000407203	0.008571004	0.001642068
5.90965E-05	5.4058E-05	0.00062803	0.000124562	3.57072E-06	0.000515773	0

れ、輸入額がより大きくなった結果、生産額が減少したためと考えられる<sup>13</sup>。

他の産業についても、単位構造行列を求め、それらの中間投入計と中間需要計を求め散布図を描いてみると、中間投入計や中間需要計が少し小さくなった散布図が得られることが示される。なぜなら、輸入を内生化したので、それにより輸入分がより大きく差し引かれるようになったからである。

## 7. まとめ

$n$  種類の産業から構成される産業連関表に、単位構造分析を適用すると、新たに  $n$  種類の単位構造行列が入手できる。これらの単位構造行列は、第  $j$  財の最終需要が 1 単位だけ与えられた時の産業連関表であるから、第  $j$  財を生産するための生産の連関構造を表しているものとみなすことができる。したがって、もし連関構造が川上部門、川中部門、川下部門のような系列関係があるならば、中間投入計と中間需要計を横軸、縦軸に取った散布図を描くと一定のルールに従って特定の領域に位置することが考えられる。そこで、実際に、全国表の 13 部門の産業連関表に基づいて散布図を描いてみると、基本的にルールが見いだされた。したがって、単位構造分析は、全ての産業の間で行われている取引を、個別の産業

<sup>13</sup> 閉鎖型の逆行列表を用いる場合、輸入が外生的になるので、生産額が増加する場合、輸入が内生的なときに比べると、輸入の値が相対的に小さくなるので、生産額が過剰に大きくなるという問題がある。

についての取り引きに分離するので、各産業の系列関係がより単純化されたものと考えることができる。

しかし、今回の散布図の結果は、13 部門という限られた部門数の結果である。今後は、より詳しい分類についての散布図についても検討する必要がある。

### 【参考文献】

1. 井手眞弘『Excel による産業連関分析入門』, 産能大学出版部, 2003 年.
2. 入谷貴夫『地域と雇用をつくる産業関連分析入門』, 自治体研究社, 2012 年 8 月.
3. 尾崎巖・石田孝造「経済の基本構造の決定 (1) -投入・産出分析の手法による」三田学会雑誌第 63 巻 6 号, 1970 年 6 月.
4. 尾崎巖・相良隼二「産業構造と貿易構造の変化: 産業連関分析の手法による」三田学会雑誌第 65 巻第 12 号, 1972 年.
5. 尾崎巖「経済発展の構造 (一): 構造変化を含むレオンティエフ動学体系」三田学会雑誌 72 巻 6 号, 1980 年.
6. 尾崎巖・清水雅彦「経済発展の構造分析 (二): 規模の経済性と設備の不可分割性の測定」三田学会雑誌 73 巻 1 号, 1980 年 2 月.
7. 尾崎巖「経済発展の構造分析 (三): 経済の基本的構造の決定」三田学会雑誌 73 巻 5 号, 1980 年.
8. 穴戸駿太郎監修, 環太平洋産業連関分析学会編, 『産業連関分析ハンドブック』, 東洋経済新報社, 2010 年
9. 新飯田宏『産業関連分析入門』, 東洋経済新報社, 1978 年 11 月.
10. 藤岡明房「産業連関表の単位構造分析の一般化」, 立正大学経済研究所『経済学季報』2019 年 3 月.
11. 宮沢健一編『産業連関分析入門』, 日本経済新聞社, 1975 年.
12. 森嶋通夫『産業連関論入門: 新しい現実分析の理論的背景』創文社, 1956 年.
13. W.W. Leontief, “Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States” Review of Economics and Statistics Vol. 18, 1936, pp. 105-125.
14. W.W. レオンティエフ『産業連関分析』新飯田宏訳, 岩波書店, 1969 年



# How to apply unit structure analysis to input-output table

Akifusa Fujioka

## 【Abstract】

One method of input-output analysis is “unit structure analysis,” in which the input-output table is specified based on the condition that only one unit of final demand for a specific industry is given, and the final demand is realized. The “unit structure matrix” representing the input-output relationship structure is determined, and the analysis is performed using the unit structure matrix. Therefore, under the assumption that there is a series of production for producing only the products of the specified industry in the unit structure matrix, if the series of production exists according to that assumption, I decided to consider what kind of property the series has. Therefore, taking the hypothesis that one box of tissue paper is to be produced, if there is a series in the hypothesis, if we examine what kind of property the input coefficient matrix has, the horizontal axis represents the input coefficient matrix. The scattergram of each industry is drawn by taking an intermediate input gauge which is the column sum in the vertical direction and taking an intermediate demand meter which is the row sum in the horizontal axis direction of the input coefficient matrix. It has been shown that the area in which each of the departments is located is specified. As a result, a series of trades in each industry, which was conventionally not visible, is specifically illustrated. Therefore, the unit structure matrix can be regarded as representing a matrix in which each series of industries, which conventionally existed only in multiple layers, is decomposed individually.