日経225先物市場における建玉の共変動の利用による個別証券会社の超過需要関数の計測

Estimation of Excess Demand Functions for Nikkei 225 Index Futures Contracts Using Comovement of Securities Firms' Positions

新井　啓

1　要旨

本稿は，日経平均先物市場における個別証券会社の先物契約超過需要関数を計測することを目的としている．時系列データの利用により各証券会社の超過需要関数を計測する場合に問題となるのが系列相関の問題である．計量経済学の技術的な方法によれば解決可能ではあるが，モデルを改良していくと，経済理論とは無縁ではあるが統計的には申し分のない測定結果を得ることができる．これでは経済学的な意味がない．本稿では，計量経済学の技術的な方法を利用するのではなく，経済理論によって時系列のデータを扱った場合の系列相関の問題をいかにして解決していくべきかを述べる．

本稿での計測式は各証券会社の先物契約保有量が日経平均先物の絶対水準で説明されるとの回帰式である．しかしこれをそのまま測定すると系列相関の問題が発生する．そのため，ある証券会社が他の証券会社がどれだけ日経平均先物のポジションを増減させるのかを知っているというゲーム理論的な状況を先物の取引者の期待の形成に取り入れる．これは各証券会社の建玉間の共変動を利用するものである．この経済理論によって導かれた計測式は，ある証券会社の先物のポジションを価格の絶対水準と大口の証券会社の建玉で説明するものである．そのため価格の絶対水準を理論的に消すことができるならば寡占市場の分析で用いられる企業者の生産量の決定式に等しい．したがって本稿の理論

を発展させることができれば，金融市場におけるゲーム論的状況を分析する際にも役に立つものである．

キーワード　マーケットマイクロストラクチャー，系列相関　超過需要関数　日経平均先物市場

2　はじめに

経済学の分野では独占市場あるいは寡占市場の分析が数多く行われている．ゲーム理論的な分析も多いが，Iwata（1974）で推測的変動の計測方法が提示されて以来，実証研究も数多く行われている．最近では窪田/筒井（2009）が，日本の消費者金融市場が独占的であることを実証的に示している．銀行業など，生産関数や費用関数を計測できる金融市場では，従来までの独占・寡占のモデルで分析することは可能である．しかし株式などの証券市場で取引者の費用関数を計測することはしない．ファイナンスのマーケットマイクロストラクチャーの分野では，取引者の個別の行動を理論的に分析することはあるがその実証分析は稀である．これは個別取引者の取引情報が公開されていないからである．現実的には証券市場で価格操作がしばしば問題となっていることからもわかるとおり，独占的・寡占的行動が証券市場でも行われている可能性がある．しかしながら，これをあつかった実証研究は存在しない．本稿では日経225先物市場における各証券会社の建玉を利用して個別証券会社の超過需要関数の計測を行う．日経225先物市場における各証券会社の建玉は基本的に毎週火曜日に前週の金曜日における上位10社の売り建玉と買い建玉が掲載される．

新井（2009b）で計測を行ったところ2007年9月限については誤差項の系列相関が非常に強い証券会社が見られた．時系列分析ではよくこの問題に直面し，自己回帰型の時系列分析が解決法の1つではあるが，経済学的意味が薄れてしまうために統計学的には評価できるが経済学的には評価できない．新井（2009b）でも行っているが，ここでは新井（2004）あるいは新井（2007）で展開された方法を修正し，系列相関の問題を解決するが，計測される式は，ある取引者が特定の大口取引者と結託して取引を行うとの想定から導かれる．そのため，

本稿における理論を発展させれば証券市場における寡占的行動の計量分析に応用が可能であると考えられる.

3　計測モデル

新井（2009a）で展開されたモデルに従って本稿でも計測を試みる. 負の指数型効用関数を前提として来期の予想利潤（あるいは富）についての期待効用の最大化から先物（あるいは金融資産）に対する超過需要関数が導かれる. 記号表記は次のとおりである. $\tilde{p}_1$：来期（1時点）における投資家の予想先物価格, $\bar{p}_1$：来期（1時点）における投資家の予想先物価格の期待値, σ_p^2：先物価格予想値の分散, p_0：今期（0時点）における先物価格. これが今期に決定される. X_0：今期（0時点）における先物契約保有枚数とする. X_{kt}：t 期（t 時点）における第k取引者の先物契約保有枚数, $\bar{p}_{kt}$を t 時点における第k取引者の先物価格予想の期待値, p_tを t 時点の先物価格とすると t 期（時点）における第k取引者の先物契約保有枚数は,

$$X_{kt}=\alpha_k(\bar{p}_{k,t+1}-p_t) \tag{1}$$

となる. ある証券会社を通じて H 人の取引者が取引をしているとする. その H 人の取引者の建玉合計は,

$$\sum_{k=1}^{H}X_{kt}=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k(\bar{p}_{k,t+1}-p_t) \tag{2}$$

左辺の $\sum_{k=1}^{H}X_{kt}$ が日本経済新聞に掲載される証券会社別の建玉数に対応する.

この個別証券会社の超過需要関数の計測上問題なのは $\bar{p}_{kt}$を観測することができないことであった. 新井（2009a）では, ε_{kt}を t 期に発生した情報として以下のように期待形成を想定した.

$$\bar{p}_{k,t+1}=\bar{p}_{kt}+\varepsilon_{kt} \tag{3}$$

この期待形成によって以下のような計測モデル1とモデル2を導くことがで

きる.

3.1　計測モデル1

詳しくは新井（2009a）に譲るが，(3) 式の期待形成を利用すると，

$$\beta_0=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\mu, \qquad \beta_1=1, \qquad \beta_2=-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k \tag{4}$$

とした回帰式

$$\sum_{k=1}^{H}X_{kt}=\beta_0+\beta_1\sum_{k=1}^{H}X_{kt-1}+\beta_2\Delta p_t \tag{5}$$

で各証券会社別の超過需要関数を計測することができる．すなわち t 時点の建玉水準を価格変動と1期前の建玉水準で説明する式である．

3.2　計測モデル2

新井（2007）で示されたように，計測モデル1は商品先物市場における取引員の行動を分析するには適しているが，日経平均先物市場における個別の証券会社の行動を分析するためには説明力が不足する．そのため詳しくは新井（2009a）に譲るが，計測モデル1よりもさらに直接的な方法で

$$\beta_0=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0}, \qquad \beta_1=-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k \tag{6}$$

とおいた回帰式

$$X_t=\beta_0+\beta_1 p_t \tag{7}$$

を導出することができる．すなわち今期の建玉水準を今期の価格水準で説明する回帰式である．このまま OLS で推定することもできるが，回帰式のパラメータの間に以下の制約が存在する．

$$\beta_0=-\beta_1\times\gamma \qquad \beta_1=-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k \qquad \gamma=\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0} \tag{8}$$

そのため厳密に推定するのであれば，この場合には制約付最小2乗法により測定することになり，γ の値は，その証券会社で取引する経済主体の期待値の平

均値になっているため，制約付最小２乗法によれば平均的なものになるが，経済主体の期待値を推定することが可能である．

4　計測の例

日経平均先物市場で個別主体の超過需要関数を計測するためにはモデル２が最適である．しかし，パラメータ間に制約が存在するために通常の回帰分析により求め，次に制約をかけて測定を行いなおす必要がある．

しかしこの場合には系列相関の問題が発生しやすい．ここでは具体例として2008年３月限における三菱 UFJ 証券の超過需要関数を測定する場合を挙げる．2007/12/7 から2008/3/7 のデータを利用すると以下のような結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -3240.11 - 0.488 p_t$$

$$(0.727)\quad(0.463)$$

$$R^2 = 0.050 \qquad DW = 0.845$$

R^2の値から当てはまりが全くよくないことがわかる．2007/12/7 における三菱 UFJ 証券の建玉保有量は6509枚の売玉であるが，１週間後には，12162枚の売玉へと一気に増大している．そこで2007/12/7 のデータを除外して測定をやり直してみる．すると測定結果は次のようになる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -13009.1 - 1.683 p_t$$

$$(0.090)\quad(0.007)$$

$$R^2 = 0.534 \qquad DW = 0.432$$

R^2の値から当てはまりの程度は改善していることが分かる．しかし DW の値から，かなり強い系列相関が存在することがわかる．そのため，以下で述べるモデル３によって計測を行う必要が生じる．

5　計測モデル3

新井（2009）で分析対象とした2008年３月限には見られなかったが2007年９月限については誤差項の系列相関が非常に強い証券会社が見られた．時系列分析ではよくこの問題に直面し，自己回帰型の時系列分析が解決法の１つではあるが，経済学的意味が薄れてしまうために統計学的には評価できるが経済学的には評価できない．ここでは新井（2004）あるいは新井（2007）で展開された方法によって，系列相関の問題を解決する．そのためには期待形成を再び工夫する必要がある．計測モデルは，

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = \sum_{k=1}^{H} \alpha_k (\bar{p}_{k,t+1} - p_t) \tag{9}$$

であった．新井（2009a）では，ε_{kt}を t 期に発生した情報として以下のように期待形成を想定することで，計測可能な式を導いた．

$$\bar{p}_{k,t+1} = \bar{p}_{kt} + \varepsilon_{kt} \tag{10}$$

この期待形成をもう少し工夫しよう．ある大口取引者の行動が価格に直接的な影響を与えると他の取引者が予想するものとしよう．さらに結託などの関係によって合理的に他の取引者のポジションを予想することができるものとする．日経平均先物の大口保有者の建玉の水準が期待形成に影響を与えるとしてみよう．すなわち大口保有者と結託している可能性を取り入れてみる．t 期における大口保有者の建玉水準を $X_t^{大口}$ で示す．γ_k は大口取引者の建玉水準がどの程度第 k 取引者の期待形成に影響を与えるのかを示す反応係数である．ε_{kt}は第 k 取引者が t 期に取得した情報である．このときに第 k 取引者の期待形成は以下のようになされると仮定する．

$$\bar{p}_{k,t+1} = \bar{p}_{kt} + \gamma_k X_t^{大口} + \varepsilon_{kt} \tag{11}$$

すると第取引者の t 時点における先物建玉 $X_{kt} = \alpha_k (\bar{p}_{k,t+1} - p_t)$ は以下のように書き換えられる．

$$X_{kt}=\alpha_k(\bar{p}_{kt}+\gamma_k X_t^{大口}+\varepsilon_{kt}-p_t)$$
$$=\alpha_k\bar{p}_{kt}+\alpha_k\gamma_k X_t^{大口}+\alpha_k\varepsilon_{kt}-\alpha_k p_t \tag{12}$$

ある証券会社を通じてＨ人の取引者が取引するならば，その証券会社のネットの建玉 $\sum_{k=1}^{H}X_{kt}$は

$$\sum_{k=1}^{H}X_{kt}=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\bar{p}_{kt}+\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\varepsilon_{kt}+\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\gamma_k X_t^{大口}-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k p_t \tag{13}$$

しかしこのモデルでは期待値の計測をすることができない．計測モデル２へ立ち返ると

$$\sum_{k=1}^{H}X_{kt}=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k(\bar{p}_{k,t+1}-p_t) \tag{14}$$

ここで $\sum_{k=1}^{H}\alpha_k(\bar{p}_{k,t+1}-p_t)$ について，α_kと $\bar{p}_{k,t+1}$の水準が独立であるとの仮定を利用すると（14）式を以下のように書き換えることができる．

$$\sum_{k=1}^{H}X_{kt}=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k(\bar{p}_{k,t+1}-p_t)=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\bar{p}_{k,t+1}-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k p_t$$
$$=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\bar{p}_{k,t+1}-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k p_t$$
$$=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k p_t \tag{15}$$

$\bar{p}_{k,t+1}=\bar{p}_{kt}+\gamma_k X_t^{大口}+\varepsilon_{kt}$を利用するのであれば，

$$H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}(\bar{p}_{kt}+\gamma_k X_t^{大口}+\varepsilon_{kt})$$
$$=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{kt}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k X_t^{大口}$$
$$+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{kt} \tag{16}$$

ここで$\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{kt}=0$ と仮定するならば

$$H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{kt}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k X_t^{大口} \tag{17}$$

第 k 取引者の $t-1$ 期における来期に実現するであろう価格の期待形成は

$$\bar{p}_{kt}=\bar{p}_{k,t-1}+\gamma_k X_{t-1}^{大口}+\varepsilon_{k,t-1} \tag{18}$$

と書けるものとしよう．これを (17) 式に代入すると，

$$\begin{aligned}H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}(\bar{p}_{k,t-1}+\gamma_k X_{t-1}^{大口}+\varepsilon_{k,t-1})\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k X_t^{大口}\\&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t-1}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{k,t-1}\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k(X_t^{大口}+X_{t-1}^{大口})\end{aligned} \tag{19}$$

ここで $\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{k,t-1}=0$ と仮定するならば

$$\begin{aligned}H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t-1}\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k(X_t^{大口}+X_{t-1}^{大口})\end{aligned} \tag{20}$$

同様のことを繰り返していくならば，

$$\begin{aligned}H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0}\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k(X_t^{大口}+X_{t-1}^{大口}+\cdots+X_0^{大口})\end{aligned} \tag{21}$$

$\gamma_k(X_t^{大口}+X_{t-1}^{大口}+\cdots+X_0^{大口})$ についてであるが，各 t 時点における $X_t^{大口}$ のデータを入手することができるが，それを行うと説明変数の数が無限に多くなるためにモデルの説明力を上げることはできるが，α_kの存在によって期待値を測

定しようとしても制約付最小2乗法を行う場合の制約条件も多くなってしまい，統計的に有意なパラメータを得ることは非常に難しくなってしまう．

そのような問題を回避するために，$X_t^{大口}+X_{t-1}^{大口}+\cdots+X_0^{大口}$ の合計を計算するならば説明変数の数は減るもののデータの値としては常に非常に大きな値をとることになってしまい，その値自体はほとんど変化しないことになる．本稿の計測モデルにおいて，このような大きな値を説明変数として使ったとしても，その係数の絶対値は0に近い値をとることは容易に予想することができ，そのような測定結果には経済学的意味がなくなってしまうことは明らかである．そこで次のように期待形成を修正することによって，計測モデルを再構築する．

第 k 取引者の t 期における来期に実現するであろう価格の期待形成は，

$$\bar{p}_{k,t+1}=\bar{p}_{k,t}+\gamma_k\Delta X_t^{大口}+\varepsilon_{kt} \tag{22}$$

と書けるものとしよう．ここで $\Delta X_t^{大口}=X_t^{大口}-X_{t-1}^{大口}$ であり，大口取引者の今期の建玉と前期の建玉のネットの増加分である．すなわち，ある取引者がマークしている大口取引者がどれくらい建玉を増やすのかを合理的に予想することができる場合である．つまり今期にどれくらいの取引を行うのかの通謀がある場合と考えてもらいたい．γ_kはその反応係数である．ε_{kt}は第 k 取引者が t 期に受取る情報である．

このように期待形成を修正して (17) 式に代入して計算しなおすと，

$$\begin{aligned}H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}(\bar{p}_{kt}+\gamma_k\Delta X_t^{大口}+\varepsilon_{kt})\\&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{kt}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{kt}\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k\Delta X_t^{大口}\end{aligned} \tag{23}$$

ここで $\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{kt}=0$ と仮定するならば

$$H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{kt}$$

$$+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k\Delta X_t^{大口} \tag{24}$$

第 k 取引者の $t-1$ 期における来期に実現するであろう価格の期待形成は

$$\bar{p}_{kt}=\bar{p}_{k,t-1}+\gamma_k\Delta X_{t-1}^{大口}+\varepsilon_{k,t-1} \tag{25}$$

同様の計算を行うと次のようである.

$$\begin{aligned}H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}(\bar{p}_{k,t-1}+\gamma_k\Delta X_{t-1}^{大口}+\varepsilon_{k,t-1})\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k\Delta X_t^{大口}\\&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t-1}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k\Delta X_{t-1}^{大口}\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{k,t-1}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k\Delta X_t^{大口}\\&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t-1}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{k,t-1}\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k(\Delta X_t^{大口}+X_{t-1}^{大口})\end{aligned} \tag{26}$$

ここで $\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{k,t-1}=0$ と仮定するならば,

$$\begin{aligned}H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t-1}\\&\quad+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k(\Delta X_t^{大口}+\Delta X_{t-1}^{大口})\end{aligned} \tag{27}$$

次に第 k 取引者の $t-2$ 期における来期に実現するであろう価格の期待形成は

$$\bar{p}_{k,t-1}=\bar{p}_{k,t-2}+\gamma_k\Delta X_{t-2}^{大口}+\varepsilon_{k,t-2} \tag{28}$$

と書けるものとしよう. 同様の計算過程と $\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\varepsilon_{k,t-2}=0$ と仮定するなら

ば，以下の（29）式になることが類推可能である．

$$H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t-2}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k(\Delta X_t^{大口}+\Delta X_{t-1}^{大口}+\Delta X_{t-2}^{大口}) \tag{29}$$

これを1時点まで繰り返していくと

$$H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k(\Delta X_t^{大口}+\cdots+\Delta X_0^{大口}) \tag{30}$$

なお0を初期時点（ある限月が発会された時点）とする．$\Delta X_t^{大口}$はt時点における大口取引者の建玉の変動であったから，

$$\Delta X_t^{大口}+\cdots+\Delta X_0^{大口}=X_t^{大口} \tag{31}$$

となるので，

$$H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k X_t^{大口} \tag{32}$$

したがって（15）式は

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{H}X_{kt}&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k,t+1}-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k p_t\\&=H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0}+H\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k X_t^{大口}-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k p_t\\&=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0}+\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k X_t^{大口}-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k p_t\end{aligned} \tag{33}$$

重回帰で計測する場合には，

$$\beta_0=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0},\qquad \beta_1=\sum_{k=1}^{H}\alpha_k\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k\qquad \beta_2=-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k \tag{34}$$

とおいた回帰式

$$\sum_{k=1}^{H}X_{kt}=\beta_0+\beta_1X_t^{大口}+\beta_2p_t \tag{35}$$

を計測することになる．制約付最小２乗法の場合には

$$\begin{aligned}&\beta_0=-\beta_2\times\xi,\qquad \beta_1=-\beta_2\times\gamma,\qquad \beta_2=-\sum_{k=1}^{H}\alpha_k,\\&\xi=\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\bar{p}_{k0},\qquad \gamma=\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{H}\gamma_k\end{aligned} \tag{36}$$

制約が多くなるため，計算は難しくなるが，計測することは可能である．

6　実証結果

それでは上記モデルによって計測を行ってみよう．BNP パリバを大口取引者と考えて説明変数として加え，三菱 UFJ 証券の建玉を説明する式を計測する．BNP パリバについては2007/12/7のデータは存在しない．したがって標本の大きさは12である．計測結果は次の通りである．

$$\sum_{k=1}^{H}X_{kt}=1614.3-0.171X_t^{BNP}-0.996p_t$$

$$(0.644)\quad(0.000)\qquad(0.022)$$

$$修正\ R^2=0.925\qquad DW=2.131\qquad size=12$$

修正 R^2 の値から当てはまりは良く，DW の値から系列相関の問題は発生していないことがわかる．

つぎに UBS を大口取引者と考えて計測を行ってみる．UBS については2007/12/7から2008/3/7までのデータはそろっているので，標本の大きさは13である．UBS を説明変数として加えた場合には，次のような計測結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = 24113.2 - 0.556 X_t^{UBS} - 1.939 p_t$$

$$(0.004) \quad (0.000) \quad (0.001)$$

$$修正\ R^2 = 0.793 \quad DW = 1.892 \quad size = 13$$

修正 R^2 の値からあてはまりも良く，DW の値から系列相関の問題も発生していないことが分かる．したがって BNP と同様に三菱 UFJ 証券の建玉を決定する回帰式の 1 つの候補であると考えられる．ただし制約付最小 2 乗法で測定を行い直してみないと結論を出すことはできない．

UBS の建玉を説明変数に加えた場合には，2007/12/7のデータを除外する必要はない．ロールオーバーの効果を考える必要がなく，理想的な計測結果である．

ソシエテについては2007/12/7から2008/3/7までのデータはそろっているので，標本の大きさは13である．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -18060.1 + 0.079 X_t^{ソシエテ} + 0.454 p_t$$

$$(0.252) \quad (0.242) \quad (0.654)$$

$$修正\ R^2 = 0.177 \quad DW = 1.012 \quad size = 13$$

UBS と異なり，ソシエテと三菱 UFJ 証券のポジションは共変動していない．これは修正 R^2 の値から明らかである．DW の値から系列相関の問題が発生していることがわかる．

カリヨンについては2007/12/7のデータは存在しない．したがって標本の大きさは12である．計測を行うと次のような結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = 11520.3 - 0.017 X_t^{カリヨン} - 1.582 p_t$$

$$(0.308) \quad (0.853) \quad (0.062)$$

$$修正\ R^2 = 0.536 \quad DW = 0.398 \quad size = 12$$

修正 R^2 の値から当てはまりは良いが DW の値から系列相関の問題が発生

していることがわかる．そのためカリヨン証券を大口取引者とした場合の結果を採用することはできない．

ドイツ証券については2007/12/7，2007/12/14のデータは存在しない．したがって標本の大きさは11である．ドイツ証券を大口取引者として計測を行うと次のようになる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=26023.2+0.077X_t^{ドイツ}-2.528p_t$$

$$(0.018)\quad(0.086)\qquad(0.003)$$

$$修正\ R^2=0.684\qquad DW=0.643\qquad size=11$$

修正 R^2 の値から三菱 UFJ 証券のポジションはドイツ証券のポジションとの共変動はあるものの，DW の値から系列相関の影響を解決できていないことがわかる．

次はリーマンを大口取引者とした場合である．リーマンについては2007/12/7から2008/3/7までのデータはそろっているので，標本の大きさは13である．計測を行うと次のような結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=-3716.26-0.007X_t^{リーマン}-0.159p_t$$

$$(0.876)\quad(0.982)\qquad(0.759)$$

$$修正\ R^2=0.050\qquad DW=0.850\qquad size=13$$

DW の値からリーマンの建玉を説明変数に加えても系列相関の問題は解決できないことが分かる．また修正 R^2 からリーマンの建玉を説明変数に加えても全く説明力がないことを理解できる．

今度はバークレイを大口取引者として計測を行ってみる．バークレイについては2007/12/7から2008/3/7までのデータはそろっているので，標本の大きさは13である．計測結果は次のようである．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=969.0+0.080X_t^{バークレイ}-0.745p_t$$

$$(0.942)\quad(0.648)\qquad(0.407)$$

$$R^2=0.070\qquad DW=0.733\qquad size=13$$

GS（ゴールドマンサックス）のポジションはこの期間において売り持ちの状態が多いが買い持ちに転じている時点も存在し，かなり大きく変動している．また三菱 UFJ 証券のポジションが2007/12/7から2007/12/14にかけて大きく変動し，そのため計測結果が不安定になるため2007/12/7のデータを除外して計測を行うと次のような結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=12041.4+0.131X_t^{GS}-0.745p_t$$

$$(0.102)\quad(0.186)\qquad(0.008)$$

$$\text{修正 } R^2=0.537\qquad DW=0.732\qquad size=12$$

GS を大口取引者であるとして説明変数に加えても DW の値から系列相関の問題は解決できていないことが分かる．三菱 UFJ 証券の超過需要曲線の傾きのパラメータは DW の値を無視して考えれば統計的に有意であるが，その他のパラメータは不安定になっている．

野村証券については2007/12/7のデータは存在しない．したがって標本の大きさは12である．計測を行うと次のような結果を得ることができた．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=17411.0-0.113X_t^{\text{野村証券}}-1.918p_t$$

$$(0.074)\quad(0.403)\qquad(0.008)$$

$$\text{修正 } R^2=0.571\qquad DW=0.568\qquad size=12$$

修正 R^2 の値から当てはまりは良いものの，DW の値から系列相関の問題は解決していないことが分かる．また野村証券の建玉は買いポジションであり，結託の可能性を考えると売りポジションであるから，三菱 UFJ 証券の結託の相手であるとは実際上は考えにくい．

みずほ証券については2007/12/7のデータは存在しない．したがって標本の大きさは12である．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = 181668.0 + 0.283 X_t^{\text{みずほ証券}} - 1.756 p_t$$

$$(0.014) \quad (0.019) \qquad (0.001)$$

$$R^2 = 0.756 \qquad DW = 1.797 \qquad size = 12$$

R^2から当てはまりも良く，DWの値から系列相関の問題は発生していないことが分かる．したがって，制約付最小２乗法による計測でも良好な結果が得られることが期待される．

7　制約付最小２乗法による測定結果

日系の証券会社であるみずほ証券を大口取引者とした場合には，次のような計測結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -1.765 \times 9407.5 - 1.756 \times 0.161 X_t^{\text{みずほ証券}} - 1.756 p_t$$

$$(0.000) \qquad (0.012) \qquad (0.000)$$

$$\text{修正 } R^2 = 0.702 \qquad DW = 1.797 \qquad size = 12$$

γ_kの平均の値は0.161で，p値は0.012であるから，みずほ証券の建玉の変動と三菱 UFJ の建玉の変動の間には関係があることが分かる．DW の値から系列相関の問題を解決できていることが分かる．この場合には期待値は9407.5円となる．この値は日経平均の水準を考えると妥当な値であると考えられる．

野村証券のポジションは買い持ちであるが，これを利用して測定を行うと次のような結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -1.918 \times 9076.6 - 1.918 \times (-0.059) X_t^{\text{野村証券}} - 1.918 p_t$$

$$(0.000) \qquad (0.333) \qquad (0.001)$$

$$\text{修正 } R^2 = 0.571 \qquad DW = 0.568 \qquad size = 12$$

野村証券の建玉との共変動を示すパラメータは−0.059であるが，p値は

0.333であり統計的には有意ではない．DW の値から系列相関の問題を解決できていないことが分かる．そのため野村証券の建玉を大口取引者として説明変数に加えるモデルでは，期待値の計測を有効に行うことが不可能である．

BNP パリバの建玉を利用した計測では三菱 UFJ 証券の期待値を計測することができない．制約付最小 2 乗法によると次のような結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -0.996\times1621.3-0.996\times(-0.171)X_t^{BNP}-0.996p_t$$

$$(0.590) \qquad (0.000) \qquad (0.002)$$

$$\text{修正 } R^2=0.908 \qquad DW=2.137 \qquad size=12$$

決定係数は高いものの，期待値は1621.3円となるが，ありえない数値であり，統計的にも有意ではない．そのため BNP パリバを大口取引者と見立てた場合の測定結果を採用することは不可能である．ただ BNP パリバと三菱 UFJ 証券の建玉の共変動については−0.171で，p 値は0.000であるから逆相関にはなってしまうが関係は存在する．

UBS については良好な結果を得た．UBS の建玉を三菱 UFJ 証券の建玉を説明する変数として回帰式に加えた場合の測定結果は次のようである．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -1.939\times12434.6-1.939\times(-0.287)X_t^{UBS}-1.939p_t$$

$$(0.000) \qquad (0.000) \qquad (0.000)$$

$$\text{修正 } R^2=0.751 \qquad DW=1.892 \qquad size=13$$

日経平均株価予想の期待値は12434.6円となり，その p 値も0.000であり統計的に有意である．DW の値から系列相関の問題を解決できていることがわかる．したがって三菱 UFJ 証券の超過需要関数の計測結果として，この結果を採用する．

次にソシエテを三菱 UFJ 証券と関係のある大口取引者として測定を行ってみる．計測結果は次のようである．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=0.454\times 39782.6+0.454\times(-0.175)X_t^{ソシエテ}+0.454p_t$$

$$(0.458) \qquad (0.539) \qquad (0.644)$$

$$修正\ R^2=0.177 \qquad DW=1.012 \qquad size=13$$

ソシエテを大口取引者とした場合には制約をかけない場合にも不安定な結果しか得られなかったが，各パラメータの p 値から制約をかけて測定すると測定結果はさらに不安定になっていることが分かる．そのため標本の大きさは13であるもののソシエテを大口取引者とした場合の測定結果を採用することはできない．

次にカリヨンを三菱 UFJ 証券と関係のある大口取引者として測定を行ってみる．計測結果は次のようになる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=-1.528\times 7281.9-1.528\times(-0.010)X_t^{カリヨン}-1.582p_t$$

$$(0.029) \qquad (0.858) \qquad (0.033)$$

$$修正\ R^2=0.433 \qquad DW=0.400 \qquad size=12$$

予想価格分布の期待値を表すパラメータは統計的に有意である．期待値は7281.9円となるが，UBS を大口取引者とした場合とは，数値が大きく異なる．カリヨンの建玉の係数の推定値はかなり小さくほぼ 0 であり，統計的に有意ではない．修正 $R^2=0.433$から，このモデルでは，カリヨンの建玉の係数の推定値の p 値を見ると，カリヨンの建玉は三菱 UFJ 証券の建玉に影響を与えていないことが分かる．影響を与えているのは価格の絶対水準である．また DW の数値から系列相関の問題を解決できていない．したがってカリヨンを大口取引者とした場合の測定結果を採用することはできない．

ドイツ証券については2007/12/7，2007/12/14の建玉は存在しない．そのため標本の大きさは11である．計測を行うと次のような結果が得られる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt}=-2.528\times 10295.3-2.528\times 0.031X_t^{ドイツ}-2.528p_t$$

$$(0.000) \qquad (0.030) \qquad (0.000)$$

$$修正\ R^2=0.605 \qquad DW=0.643 \qquad size=11$$

パラメータの p 値を見ると，予想価格分布の期待値を示すパラメータの p 値は 0 であり，価格の絶対水準の係数の p 値も 0 である．ドイツ証券の建玉の係数の p 値もほぼ 0 である．期待値も10295.3円であり，この期間における日経平均株価の水準を考えてみても極端な値ではない．しかし DW の値からドイツ証券を大口取引者と見立てると，系列相関の問題を解決することはできないことが分かる．それゆえにこの結果を採用することはできない．

今度はリーマンを三菱 UFJ 証券と関係のある大口取引者であるとしてみる．なおリーマンのポジションは売り建玉であり，観測期間中は 1 万枚を超える売り建玉を保有している．そのためポジションは三菱 UFJ 証券と同じである．リーマンを大口取引者であるとして計測を行った結果は次のようである．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -0.459\times(-8091.78) - 0.459\times(-0.016)X_t^{リーマン} - 0.459p_t$$

$$\qquad\qquad (0.000) \qquad\qquad\qquad (0.030) \qquad\qquad (0.753)$$

$$修正\ R^2=0.050 \qquad DW=0.850 \qquad size=13$$

日経平均株価予想の期待値が−8091.78となるのなど，測定結果は非常に不安定である．また修正 R^2 から説明力が著しく低く，DW の値から系列相関の問題も解決できていないことが分かる．それゆえリーマンを大口取引者とした場合の測定結果を採用することはできない．

次にバークレイを大口取引者として三菱 UFJ 証券の建玉を説明する回帰式の説明変数として加えてみる．バークレイのポジションについては2007/12/7から14日へかけて建玉が買い越しから売り越しへと変化している．そのため全サンプルを利用して測定を行うと，この影響により測定によって得られるパラメータが不安定になる．そのため2007/12/7のデータを除いて計測を行うと次のような計測結果を得ることができる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -1.564 \times 7005.93 - 1.564 \times (-0.031) X_t^{バークレイ} - 1.564 p_t$$

$$(0.017) \qquad (0.690) \qquad (0.008)$$

$$\text{修正 } R^2 = 0.544 \qquad DW = 0.515 \qquad size = 12$$

修正 R^2からわかるように当てはまりは悪くはないが，DW の値から系列相関の問題を解決できていないことがわかる．よってバークレイを大口取引者として測定を行った場合の結果を採用することはできない．

ポジションが大きく変動する GS を大口取引者として説明変数に加えた場合に制約付最小２乗法によって測定した場合には次のようになる．

$$\sum_{k=1}^{H} X_{kt} = -1.597 \times 7538.2 - 1.597 \times (0.082) X_t^{GS} - 1.597 p_t$$

$$(0.000) \qquad (0.207) \qquad (0.001)$$

$$\text{修正 } R^2 = 0.537 \qquad DW = 0.737 \qquad size = 12 \tag{46}$$

DW の値から系列相関の問題を解決できていないことが分かる．了想価格分布の期待値のパラメータは7538.2円であり，その p 値も０であるものの，このままでは三菱 UFJ 証券の超過需要関数の測定結果として採用することはできない．

以上の測定結果，2008年３月限における三菱 UFJ 証券については UBS とみずほ証券を三菱 UFJ 証券と関連のある証券会社とすることで系列相関の問題を回避することができる．

8　むすび

新井［2009a］では日経平均先物の証券会社別先物超過需要関数の計測方法を示した．これは各証券会社の先物建玉を日経平均先物価格の絶対水準で説明するものである．新井［2009b］ではその際に時系列分析で頻繁に生じる系列相関の問題が日経平均先物市場での主体別超過需要関数の計測で深刻に生じることを示した．本稿は，計量経済学の技術的な方法ではなく，経済理論によっ

て時系列のデータを扱った場合の系列相関の問題を解決することを目的としている．その際に各取引者の取引の間の共変動を利用する．具体例として2008年3月限における三菱 UFJ 証券の超過需要関数の計測を挙げた．

本稿で説明した理論によれば各証券会社の日経225先物契約の建玉を価格の絶対水準と大口取引者の建玉で説明する式になる．この理論では2つの証券会社の間に通謀があり，一方の証券会社が大口証券取引者に追随するとの想定を行っており，大口取引者のポジションの変動を一方の証券会社が完全に予想できるとするものである．完全に予想できない場合にもモデルを拡張することは可能であるが，本稿では単純化して完全に予想できるものとして試論的に計測を行った．実証分析では様々な証券会社の建玉を大口取引者の建玉として計測を行った．その結果，2008年3月限における三菱 UFJ 証券についてはUBSとみずほ証券を三菱 UFJ 証券と関連のある証券会社とすることで系列相関の問題を回避することができる．BNP パリバを大口取引者として三菱 UFJ 証券の超過需要の決定式を加えた場合にも良好な結果を得ることができるが，日経平均株価予想の期待値を示すパラメータが1000円台になってしまい，そのような期待は非現実的であるために，BNP パリバを大口取引者とした場合の測定結果を採用することはできなかった．

経済理論によって導かれた本稿の計測式は，ある証券会社の先物のポジションを価格の絶対水準と大口の証券会社の建玉で説明するものである．そのため価格の絶対水準を理論的に消すことができるならば寡占市場の分析で用いられる企業者の生産量の決定式に等しい．したがって今後先物市場におけるゲーム論的状況を分析する際にも役に立つものである．

9　参考文献

Iwata,G. [1974] “Measurement of Conjectural Variation in Oligopoly”, Econometrica, vol.42, pp.947-966.

新井啓［2004］「商品先物市場における価格操作行動の計量分析」『商品取引所論体系』第12巻，全国商品取引所連合会，pp.375-398.

新井啓［2007］「個別会員の経済行動の計量分析（日経平均先物と商品先物との違い）」，『商品取引所論体系』第13巻，全国商品取引所連合会，pp.146-186.

新井啓［2009a］「手口表による日経平均先物需要曲線の測定」明海大学『経済学論集』，Vol.21，No.1，pp.1-13.

新井啓［2009b］「期待の異質性の計測」明海大学『経済学論集』，Vol.22，No.1，pp.1-13.

窪田康平/筒井義郎［2009］「消費者金融業の競争度」『現代ファイナンス』，No.25，pp.23-51.