

L. F. リチャードソンの軍拡競争モデル

友 永 昌 治

はじめに

L. F. リチャードソンは、20世紀前半の第一次世界大戦前夜から東西冷戦にわたる軍備拡張競争の数理を、微分方程式を用いて解析した。その理論は微分方程式論の応用例として触れられることはあっても、社会科学の方面から語られることは少ない。現在、社会科学において微分方程式の利用が浸透しつつあるが、本稿では、その先駆的な業績の一端として、リチャードソンの軍拡理論の紹介を試みる。

1 L. F. リチャードソンの略歴と業績

L. F. リチャードソン (*Lewis Fry Richardson*) は、1881年にイギリスのニューキャッスルの農家に生まれた。1901年キングス・カレッジ (ケンブリッジ大学) に入学し、数学、物理学を学び、1903年自然科学第一部門の優等卒業試験 (*tripos*) に首席で合格し同校を卒業した。その後、国立物理学研究所を皮切りとして、政府機関、産業界、学術機関など様々なポストに就き、ロンドン大学より物理学と心理学の学位を受ける。1926年にはイギリス学士院会員に選出された。1929年から1940年の間、ペーズリー・テクニカル・カレッジの学長として教育行政に携り、1953年9月30日、キルマムにて永眠する。

初期の研究テーマは気象学上の問題であり、大気中の微粒子の拡散理論、旋

風理論、及び、それらに適用する偏微分方程式の差分近似解法の改良などであった。特に、気象学において数学的な手法を用いた予報を実施したのはリチャードソンが最初といわれている。その方法は、地上と大気層を重層的に矩形分割し、各矩形領域内での気圧変化を差分方程式により記述し予測しようというものであった。しかし、予報に時間がかかり、また、結果も芳しくなかったため、その予測は失敗に終わった。この試みは、

Weather prediction by numerical process (1922)

として出版されたが、これは最初の気象力学の教科書となった。

これらの研究の傍らで、彼は国家間の軍拡競争、紛争、戦争などに伴う国民感情の変化の問題を研究し、その数理モデルを組み立てて近似的な解析を試みている。この方面の研究については43編程の論文が遺されており、これら論文に発表された彼のアイデア、方法論の骨子は、後年、次の2冊にまとめられ出版された。

Arms and Insecurity, (Chicago, 1960)

Statistics of deadly quarrels, (Chicago, 1960)

2 連立微分方程式系

リチャードソンの軍拡競争モデルでは、

$$(2-1) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = p(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = q(x, y) \end{cases}$$

なる形の連立微分方程式系が用いられる。ここに、 $x=x(t)$, $y=y(t)$ は時間 t と共に変化する2つの量、 p と q は x, y に関する微分可能な関数である。 p, q が単純でない限り、(2-1) を解くことは一般的には難しいが、グラフを用いて解の様子をみることは可能である。座標平面上の各点 (x, y) に対して (2-1) の右辺を計算し、 (x, y) を始点とする傾き $\frac{q(x, y)}{p(x, y)}$ の小矢線を敷きつめればよい。座標平面上には小矢線の流れが現れるが、どこかに木葉を落としたなら

ば、その流れに沿って木葉は流れてゆく。その木葉の軌跡が落下地点を通る(2-1)の解曲線となる(図2-1参照)。

落下した木葉の行く末は、ある1点に漂着したり、永遠に円軌跡を回り続けたり、非常に奇妙な軌跡(*strange attractor*)を描いたり、または、座標平面の果てへ流れ去ったり、様々な形の軌跡をたどることになるが、それは関数 p, q や落下地点による。リチャードソンの軍拡競争モデルでは、対峙する2国の戦力を x, y とおき、ある時点における戦力状況 (x, y) が行く末どのような結末を迎えるかを分析する。

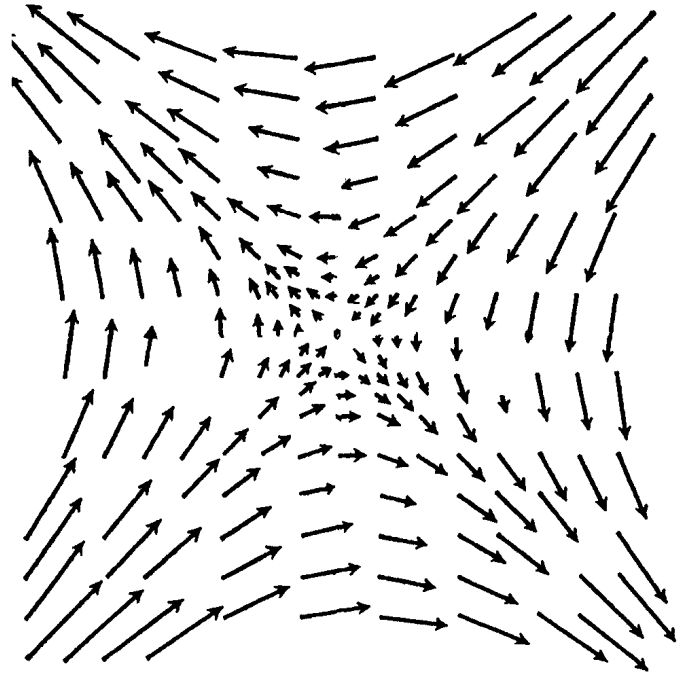


図2-1 小矢線の流れ

座標平面上の小矢線の流れは、そこへ吸収されたり、そこから発散したりするいくつかの点を持つことが多い。これらの点は平衡点と呼ばれ、流れの在り方を特徴付ける。平衡点は(2-1)の右辺を0とした連立方程式

$$\begin{cases} p(x, y) = 0 \\ q(x, y) = 0 \end{cases}$$

の解 (\bar{x}, \bar{y}) として求められる。平衡点は定点であるが、 $x(t) \equiv \bar{x}, y(t) \equiv \bar{y}$ は(2-1)の解となる。平衡点が流れにどのような影響を及ぼすかを示すのが安定性である。これには、安定、漸近安定、不安定の3種の状況が定義される。平衡点が安定であるとは「平衡点のごく近くを通る解曲線が常にその平衡点の近くに留まる」場合にいい、平衡点が漸近安定であるとは「安定であり、かつ、平衡点のごく近くを通る解曲線が常にその平衡点に収束する」場合にいう。平衡点が不安定であるとは安定でない場合にいう。

本稿で紹介するリチャードソンの軍拡競争モデルは、その適用が比較的成功したとされる $p(x,y)$, $q(x,y)$ が一次式の場合、すなわち、線型微分方程式系

$$(2-2) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = ky - \alpha x + g \\ \frac{dy}{dt} = lx - \beta y + h \end{cases} \quad (k, l > 0, \alpha, \beta, g, h \geq 0, \alpha\beta \neq kl)$$

の場合である。そこで (2-2) について詳しくみておく。まず、平衡点 (\bar{x}, \bar{y}) は唯一つであり、

$$(2-3) \quad \bar{x} = \frac{hk + \beta g}{\alpha\beta - kl}, \quad \bar{y} = \frac{gl + \alpha h}{\alpha\beta - kl}$$

で与えられる。この平衡点の安定性は (2-2) の係数行列 $\begin{bmatrix} -\alpha & k \\ l & -\beta \end{bmatrix}$ の固有値により評価できる。係数行列の固有方程式は

$$\lambda^2 + (\alpha + \beta)\lambda + \alpha\beta - kl = 0$$

であるが、その2根を λ_1 , λ_2 とおくと

$$\text{判別式} = (\alpha + \beta)^2 - 4(\alpha\beta - kl) = (\alpha - \beta)^2 + 4kl > 0$$

よりこれらは相異なる2実根となる。更に $\lambda_1 < \lambda_2$ とすると、

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -(\alpha + \beta) < 0, \quad \lambda_1 \lambda_2 = \alpha\beta - kl \neq 0$$

より $0 > \lambda_1 < \lambda_2$ が成立することがわかる。このような固有値を持つ (2-2) の流れの図を描くと次のようになる。

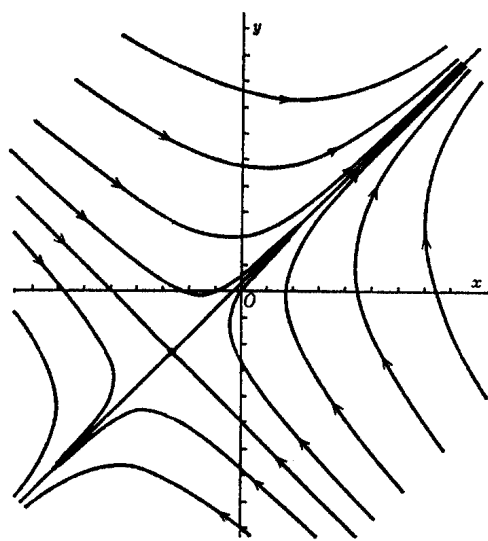


図 2-2 $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$ の場合

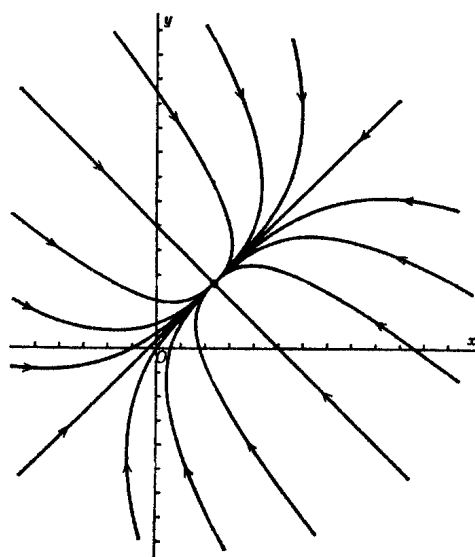


図 2-3 $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$ の場合

これより平衡点 (2-3) は,

$$(2-4) \quad \begin{aligned} kl > \alpha\beta \text{ のとき } \lambda_1 < 0 < \lambda_2 \text{ で不安定} \\ kl < \alpha\beta \text{ のとき } \lambda_1 < \lambda_2 < 0 \text{ で漸近安定} \end{aligned}$$

と評価できる。

3 単純な軍拡競争モデル

リチャードソンの2国間軍拡モデルを説明する。リチャードソンに従い、2人の政治家の意見を引用しよう。

古代ギリシアの歴史家トゥキディデスはペロポネソス戦争についての歴史記述の中で「私が信じている公にされない本当の原因は、アテネ人の力の増大にあり、このことがスパルタ人の脅威となり戦争へと導いた。」と書いている。

第一次世界大戦当時、英国の外交官であったエドワード・グレイ卿は、1925年に発表した論文の中で「ヨーロッパ諸国にみられる急激な軍備の拡張は、各国の国民に自国の安全を保障するにたる安心感を抱かせるよりも、逆に、相手国に対する不安感と恐怖心をあおるようになり、これこそが大戦を避けられないものにした。」と述べている。

どちらも軍備拡張こそが戦争の原因だと警鐘を鳴らしている。しかしながらいつの時代でも次のような演説が聞かれ、遂行される。「我が国に対峙するY国におきましては年々防衛予算は増え、防衛体制も着実に整いつつあります。我が国と致しましては、その軍事力に脅威を感じないわけにはまいりません。この脅威をとり除くためにも、また、この脅威から我が祖国を防衛するためにも、我が国におけるより強固な防衛体制の整備が最重要課題としてのぼらざるを得ません。」

軍拡競争の最も単純なモデルは、この演説をそのまま組み込んだものである。すなわち「相手国の軍備が強化されるに従って、それから受ける自国の脅威や不安感も強まり、自国の軍備増強の進度も加速される」という状況を反映した仮定「自国の戦力の増加率は相手国の戦力の大きさに比例する」を立ててモデ

ル化する。

対峙し合う2国をX国, Y国とおき, 脅威は共に相手の国だけから受けるとする。また, 時刻 t におけるX国の戦力を $x=x(t)$, Y国の戦力を $y=y(t)$ とおく。ここで戦力とは戦争可能な装備のことであり, 兵力, 武力, 戦闘能力, 軍事施設等の測定可能な量的要因を直接に反映し得る包括的な量と考える。

ある時点より Δt 時間後の両国の戦力の増加分を Δx , Δy とするならば, 上の仮定により k, l を比例定数(共に正)として

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = ky, \quad \frac{\Delta y}{\Delta t} = lx$$

が成り立つ。更に, $\Delta t \rightarrow 0$ として連立微分方程式

$$(3-1) \quad \frac{dx}{dt} = ky, \quad \frac{dy}{dt} = lx$$

を得る。 k, l は防衛係数(*defense coefficient*)と呼ばれ, 相手国の戦力が単位量だけ増えたとき, それに応じて自国の戦力がどれくらいの割合で増えるかを表す。X国, Y国の初期戦力を

$$(3-2) \quad x(0) = a, \quad y(0) = b \quad (a > 0, b > 0)$$

として, 時間に伴う両国の戦力の変化をみる。(3-1)は(2-2)で $\alpha, \beta, g, h = 0$ とした場合であるから, 平衡点は $(0, 0)$ で, これは(2-4)より不安定。すなわち, 時間がたつにつれ両国の戦力は果てしなく拡大する。果てしない戦力拡大 $x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty$ は「ついには戦争に突入する」と解釈する。

初期条件(3-2)を満たす(3-1)の解を実際に求めると,

$$x(t) = \frac{1}{2} \{ (a + \sqrt{\frac{k}{l}} b) e^{\sqrt{kl}t} + (a - \sqrt{\frac{k}{l}} b) e^{-\sqrt{kl}t} \}$$
$$y(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{l}} \{ (a + \sqrt{\frac{k}{l}} b) e^{\sqrt{kl}t} - (a - \sqrt{\frac{k}{l}} b) e^{-\sqrt{kl}t} \},$$

$t \rightarrow \infty$ のとき $e^{\sqrt{kl}t} \rightarrow \infty, a + \sqrt{\frac{k}{l}} b > 0$ であるから, 確かに $x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty$ となる。

ところで, たとえ時間による関数として解が具体的に求まったとしても, モデルの意味することは戦争が勃発する日時を予測しようというものではない。「自国の戦力の増加率が相手国の戦力の大きさに比例する」という仮定がいかに

なる帰結を導くかを微分方程式により記述しているだけである。これに関してリチャードソンは語る。「解は時間の関数として具体的に求めることができる。だからといって、それより将来のどの時点で戦争が起こるかを予言できるなどと思ってはならない。そのようなことは現実には不可能である。また、微分方程式によって表される帰結は決定論的なものだから、決して避けることはできない、とも考えてはならない。現実には、世界の大部分の国にみられるように、軍事予算の額は年々着実に増加し続けているが、それを抑制できないのは、各国の国民がただ長年の伝統と本能的な国民感情に機械的に従って行動しているからである。微分方程式による記述は、こうした状況を固定したときに生ずる帰結を示すだけである。」

4 2 国間軍拡競争モデル

前項で扱った軍拡競争モデル (3-1) はかなり単純化されたものであった。どの国の予算にも限界があるから、限りなく戦力を拡張することなど現実的に不可能である。(3-1) のモデルのように無制限な戦力への支出を容認しては、そのしわ寄せとして自国の国民の社会、文化、生活、経済等が疲弊し自国の体制をも揺るがす結果を招きかねない。戦力への支出は、相手国の戦力をにらみながらも、自国の極端な疲弊を抑える程度に遂行されなければならない。そこで「強大な戦力は逆にその増強を抑制する」と仮定し、モデル (3-1) を次のように修正する。

$$(4-1) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = ky - \alpha x \\ \frac{dy}{dt} = lx - \beta y \end{cases}$$

k と l は防衛係数。 α と β は疲弊係数 (*fatigue-expense constant*) と呼ばれる正定数で、戦力規模に伴う自国の社会的、経済的な疲弊、消耗、疲労を表すと考える。負符号は戦力増強に対して抑制的に機能するからである。

更にモデルを現実的なものにするため、リチャードソンは、先のグレイ卿の

主張に異議を唱えた英国下院の L. S. アメリー議員の陳述を紹介する。「軍備というものは、大戦を起こそうとしたナショナリスト達の野望と理想の葛藤が表面化したものであるに過ぎない。大戦の原因は、軍備そのものにあるのではなく、当時、オーストリアに属していた領土を自国に合併吸収せんとして策謀をめぐらしたセルビア、イタリア、ルーマニア、フランスなどのナショナリスト達の野望による解決しがたい争いの中にこそあるのだ。」

トゥキディデスとグレイ卿は防衛係数の重要性を指摘したが、アメリー議員の意見はモデル (4-1) に反映されていない。ナショナリスト達の野望に限らず、民族的な理由から、宗教的な理由から、過去の政治的因縁から、その他諸々の理由から、相手国に対して恒常的な憎しみ、偏見、不満、征服心、絶滅願望を抱くことはよくみられる。そこで、国家国民の心中にくすぶる相手国に対する不平不満を定数 g , h としてモデルに組み込む。

$$(4-2) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = ky - \alpha x + g \\ \frac{dy}{dt} = lx - \beta y + h \end{cases}$$

線型微分方程式系 (2-2) の再掲である。この定数 g , h をリチャードソンは不平因子 (*grievances*) と呼んだ。

リチャードソンはモデル (4-2) に基づき、実際の軍拡競争の分析を行う。ここでは第一次世界大戦前夜におけるヨーロッパの軍拡競争を取り上げるが、その前に種々の初期条件の下にこのモデルから導かれる帰結を解釈してみる。

(1) $g=0$, $h=0$, $x(0)=0$, $y(0)=0$ の場合

このときすべての $t \geq 0$ に対して、 $x(t) \equiv 0$, $y(t) \equiv 0$ となり、解は原点 (0,0) に止まる。X国、Y国共々戦力を保持しないため、相手国に対する脅威も疲弊も不満もなく安心感がゆきわたり、平和な状態が恒久的に継続すると解釈できる。リチャードソンは、このような状態は、1817年以来アメリカ合衆国とカナダの国境で続いており、また、1905年以来ノルウェーとスウェーデンの国境でも続いているという。

(2) $g > 0, h > 0, x(0)=0, y(0)=0$ の場合

X 国, Y 国共々戦力は保持してないが, 相手国に対する不平不満はくすぶっている状態である。 $t=0$ において

$$\frac{dx}{dt}(0) = g > 0, \quad \frac{dy}{dt}(0) = h > 0$$

であり, $x=x(t), y=y(t)$ は強増加。従って, 一時戦力を保持していなくても, 次の時点には不平不満が戦力を保持させ, 戦争勃発に到る軍拡競争に突入する。

(3) $x(0) > 0, y(0)=0$ の場合

X 国は戦力を持ち, Y 国は持たない状態にあるときであるが,

$$\frac{dy}{dt}(0) = lx(0) + h > 0$$

より, やはり Y 国も戦力保持に乗り出してくる。 Y 国に安心していた X 国も, Y 国が戦力を保持するや安心感は脅威に変わり, 戦力増強は ky に強く影響されるようになる。従って, 一方の国が戦力を持たない場合でも, その状態は恒久的には続かない。リチャードソンは, 次のドイツにおける歴史的事実がこのことを物語るといふ。「ベルサイユ条約によってドイツの軍備はその近隣諸国の軍備よりもはるかに低い水準の戦闘員10万人までに縮小された。しかし, そのドイツが1933年から1936年の間に再軍備を力説し, みるみるうちにその兵力は増強した。」

5 2国間軍拡競争モデルの係数推定

2国間軍拡モデル (4-2) の係数を推定する。

まず, 疲弊係数 α, β を推定する。戦力 x, y の単位を *unit* としたとき, (4-2) の左辺 dx/dt と dy/dt の単位は *unit*/時間となる。従って, 疲弊係数 α と β の単位は1/時間, すなわち, α^{-1} と β^{-1} の単位は時間ということになる。今, Y

国が戦力を保持せず、X国もY国に対して何ら不平不満を感じていない ($y \equiv 0$, $g=0$) と仮定する。(4-2) の第一式は

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha x$$

となるが、これを解き

$$\log x(t) = -\alpha t + c \quad (c \text{ は任意定数})$$

t に t , $t + \alpha^{-1}$ を代入して差をとり、 \log を払うならば、

$$x(t + \alpha^{-1}) = x(t)e^{-1}$$

を得る。この式より、 α^{-1} はX国の戦力が e^{-1} ($=0.367879\cdots$) 倍となるのに要する時間であることがわかる。リチャードソンは α^{-1} をX国の議会の任期と想定し、イギリスの場合の5年を採用して、 $\alpha^{-1}=5$ すなわち $\alpha=0.2$ と推定した。

次に防衛係数 k , l の推定であるが、これについても単位は1/時間である。ここでは、Y国の戦力が一定でX国はY国に対して何ら不平不満を感じていない ($y \equiv C$: 定数, $g=0$) と仮定する。(4-2) の第一式は

$$\frac{dx}{dt} = kC - \alpha x$$

となるが、 $x=0$ のときは

$$k^{-1} \frac{dx}{dt} = C$$

と変形できる。この式は、 k^{-1} が、X国の戦力が0から始めてY国の戦力に追いつくまでの時間であることを示している。リチャードソンは、 k^{-1} を推定するために、1933年から1936年にわたるドイツ国の再軍備状況を参考にする。その3年間の間に、ドイツは、ほとんど軍備のない状況から近隣諸国と均衡する軍備レベルまで追いついた。当時ドイツは、軍備を持つ近隣諸国に対する非常に強い不満や不安を持っており不平因子 g は決して0とはいえない。しかしここでは戦力 x の急激な増大が不平因子を相殺した ($-\alpha x + g = 0$) と解釈する。よって、 $k^{-1}=3$ すなわち $k \approx 0.3$ と推定する。

不平因子 g と h については、その推定が難しいため、ひとまず単なる定数とだけしておく。不平因子は時間に対して当然一定とは考えられないし、また、不平不満が一瞬にして生ずることを考えれば時間に対して連続ともいえない。しかしながら、これらを定数と仮定しても2国間軍拡モデルは有効性を発揮する。その適用を次節でみる。

6 2国間軍拡競争モデルの適用と検証

2国間軍拡モデルを、1909年から1913年にわたるヨーロッパ軍拡競争に適用する。当時、フランスはロシアと同盟を結び、ドイツはオーストリアーハンガリーと同盟を結んでいた。イタリアとイギリスはいずれもこれらの国とは同盟を結んでいない。そこで、モデルにおけるX国はフランスとロシアの同盟を、Y国はドイツとオーストリアーハンガリーの同盟を表すものとする。

二つの同盟に属する国では人口増加率も工業生産性もほぼ等しい状態であり、防衛係数 k , l は人口増加率や工業生産性に比例すると考えられるので、これらは等しい $k=l$ と仮定する。また、各同盟国の人口増加率や工業生産性はドイツの約3倍であったから $k=l=0.9$ と仮定する。疲弊係数 α , β については $\alpha=\beta=0.2$ と仮定する。よって、2国間軍拡モデルは

$$(6-1) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0.9y - 0.2x + g \\ \frac{dy}{dt} = 0.9x - 0.2y + h \end{cases}$$

となる。唯一の平衡点は、

$$\left(-\frac{0.9h+0.2g}{0.77}, -\frac{0.9g+0.2h}{0.77} \right)$$

であるが、この平衡点は

$$\alpha\beta - kl = 0.04 - 0.81 = -0.77 < 0$$

より不安定。このことは2同盟に属する国が互いに戦争に突入した、という歴史的事実に符合する。

次に、この2国間軍拡モデル（6-1）の検証を行う。今まで x, y は戦争可能な包括的な戦力と意味付け、常に非負値をとるとしてきたが、 x, y が負値をもとり得るとした場合、それにはどのような意味付けを付与すべきであろうか。これについては次のように考える。 x, y の正值性が戦闘などの攻撃的な側面を表すのに対し、その負値性は貿易などの協調的な側面を表すといえる。つまり、国家間（または同盟間）の関係は攻撃的なものばかりでなく、貿易などの協調的な側面も重要であり、むしろ、相手国に対する戦力は攻撃的な側面と協調的な側面のバランスで定まると考えられる。そこで、戦力を（攻撃的側面）－（協調的側面）とおき直すことにする。リチャードソンは次のようにいう。

「ここで古典的なアンチテーゼ“戦争か平和か”は当たらない。というのは、戦争は激しい積極的な行為であるのに反し、平和は、少なくとも他国の行為に対して平静ではほとんど注意を払わないという意味で、負の量というよりは零に近い。従って、戦争に対する負の軍備とは、相手国にいらだちを与えるものではなく、相手に喜ばれるような行為となるものでなければならない。それに対する適当な名前は協調であると思う。その中で最も広い範囲の国際的協調は外国貿易である。」

さて、ヨーロッパ軍拡競争に適用したモデルの形は、

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ky - \alpha x + g \\ \frac{dy}{dt} = kx - \alpha y + h \end{cases}$$

であった。これを辺々加えるなら

$$(6-2) \quad \frac{d(x+y)}{dt} = (k-\alpha)(x+y) + g + h$$

を得る。 u と v を2つの同盟に属する各国の年間防衛予算とし、 u_0 と v_0 を一方の同盟に属する国から他方の同盟に属する国への商品輸出総額とする。 u, v, u_0, v_0 は全て同一の貨幣単位に換算されているものとする。上に述べたことにより、 u と v を攻撃的側面、 u_0 と v_0 を協調的側面と考え、 $x = u - u_0, y = v - v_0$ と置き、(6-2) に代入するならば、

$$\frac{d(u+v)}{dt} = (k-\alpha) \left\{ u+v - \left[u_0 + v_0 - \frac{g+h}{k-\alpha} - \frac{1}{k-\alpha} \frac{d(u_0+v_0)}{dt} \right] \right\}$$

となる。ここで $\Delta t=1$ (年) として微分を差分近似すると、

$$(6-3) \quad \Delta(u+v) = (k-\alpha) \left\{ u+v - \left[u_0 + v_0 - \frac{g+h}{k-\alpha} - \frac{1}{k-\alpha} \Delta(u_0+v_0) \right] \right\}$$

を得る。表6-1は1909年から1913年までの4ヶ国の軍備予算の推移である。 Δw 欄は軍備予算総額の増分、 w 欄は軍備予算総額の2ヶ年の移動平均である。

国名 \ i 年	1909	1910	1911	1912	1913
フランス	48.6	50.9	57.1	63.2	74.7
ロシア	66.7	68.5	70.7	81.8	92.0
ドイツ	63.1	62.0	62.5	68.2	95.4
オーストリア-ハンガリー	20.8	23.4	24.6	25.5	26.9
軍備予算総額	199.2	204.8	214.9	238.7	289.0
Δw	5.6	10.1	23.8	50.3	
w	202.0	209.8	226.8	263.8	

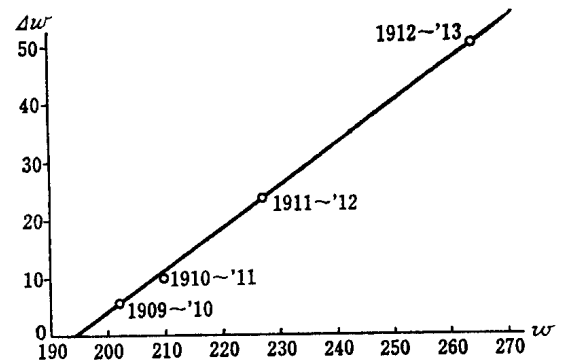


表 6-1 1909~1913年における各国
軍備予算 (単位: 10^6 ポンド)

図 6-1 $(w, \Delta w)$ の散布図と回帰直線

w を説明変数, Δw を被説明変数とする回帰直線は、

$$\Delta w = 0.73 (w - 194)$$

となるが、 $(w, \Delta w)$ の散布図上にこれを描いたものが図6-1である。 $(w, \Delta w)$ はほぼ回帰直線上に乗っているが (重相関=0.9996), リチャードソンは、これを “*Nature*” (1938年10月, No.142, p.792) に発表し、「外交政策が、まるで月の運動と未婚の青年男子の気紛れな行動の中間位の機械的正確さを持つことに驚き、我が眼を疑った」と述べている。さて、 $\Delta w \leftrightarrow \Delta(u+v)$, $w \leftrightarrow u+v$ なる対応の下に (6-3) は、

$$\Delta(u+v) = 0.73 (u+v - 194)$$

となり、更に、微分に戻して、

$$(6-4) \quad \frac{d(u+v)}{dt} = 0.73 (u+v - 194)$$

を得る。ここに、

$$k-\alpha=0.73, \quad u_0+v_0-\frac{g+h}{k-\alpha}-\frac{1}{k-\alpha}\frac{d(u_0+v_0)}{dt}=194$$

である。前者の値は先程の推定値による $k-\alpha=0.9-0.2=0.7$ にほぼ一致しており、リチャードソンの推定値は現実のデータからも支持されるといえる。(6-4)より、2つの同盟の軍備予算総額 $u+v$ が 194×10^6 ポンドを超えると軍備予算総額が増加状態になり、超えないと減少状態になることがわかる。リチャードソンはソロモンの箴言を引用し、「愛はすべての咎を掩う如く、敵対する同盟国間にもし善意があったならば、同盟4ヶ国にとってまさしく 194×10^6 ポンドもの防衛費を掩うことができたであろうに」と嘆く。1909年における同盟国4ヶ国の軍備予算総額は 194×10^6 ポンドよりも多い 199.2×10^6 ポンドであった。結局、同盟国の軍備予算は増加の一途をたどり、ついには第一次世界大戦へと突入することになる。

おわりに

リチャードソンは20世紀前半に発生したいくつかの軍拡競争を問題とし、微分方程式モデルによる解析を行った。1909年から1913年にわたるヨーロッパの軍拡競争については上にみた通りであるが、それ以降の軍拡競争についてはこれ程までにうまくいってない。リチャードソンは「強大な軍事力を持つ国は弱小な軍事力しか持たない国を威嚇制圧し、ほぼ等しい強大な軍事力を持つ国同士の間では力の均衡が保たれる」という状況に注目し、今までのモデルに「威嚇に対する服従の効果」を反映させる改良を行う。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ky\{1-\sigma(y-x)\}-\alpha x+g \\ \frac{dy}{dt} = lx\{1-\rho(x-y)\}-\beta y+h \end{cases}$$

がその改良モデルである。威嚇に対する服従の効果は σ, ρ として組み込まれている。このモデルに基づき、1951年当時、共産主義陣営と資本主義陣営との

間にみられた世界的な緊張状態の解析を試みる。そして、「両陣営の軍事力は増加の一途をたどるが、ある時点から威嚇に対する服従の効果が現れ、軍事力の縮小が始まる」とした。リチャードソンこれを “*Nature*” (1951年9月, vol. 168, pp. 567-568) に発表し、「私の知る限り、事実は決してそうならなかった。(中略) 軍拡が既成事実となる前に、討論の話題としてモデルを発表しておくのもよいと思う」と述べている。その後、しばらくしてリチャードソンは永眠する。*Nature* の論文に遺されたリチャードソンの遺志は、同国の若い研究者ポール・スモーカー (*Paul Smoker*) を刺激し、彼の手により一応の成果を得ることになる。

文 献

- [1] Richardson, L. F., Generalized foreign politics, British Journal of Psychology, Monograph, Supplement no. 23, 1939, Cambridge University Press.
- [2] Rashevsky, N. and Trucco, E. (editors), Arms and insecurity by Lewis F. Richardson. — A mathematical study of the causes and origins of war, Stevens & Sons Limited, 1960.
- [3] Newman, James R. (editor), Mathematics of war and foreign politics by Lewis F. Richardson. — The world of mathematics, vol. II, Part VI, Simon and Schuster, 1956, pp.1240-1253.
- [4] Braun, M., Differential Equations and Their Applications, Fourth Edition, Springer Verlag, 1993.
- [5] Rapoport, A., Lewis F. Richardson's mathematical theory of war, Journal of Conflict Resolution, vol.1, no.3, 1957, pp249-299.
- [6] Smoker, P., A mathematical study of the present arms race, Year Book of The Society for General Systems, vol.8, 1963, pp.51-59.
- [7] Smoker, P., A pilot study of the present arms race, Year Book of The Society for General Systems, vol.8, 1963, pp.61-76.